SS 14 - Fachdidaktik I - Übungsblatt 2 vom 16.04.14 - Abgabe am 23.04.14

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Definition $a \mid b$ (a teilt b): Sei $a,b \in N_0$ und $a>0$: $a \mid b \Leftrightarrow \exists m \in N_0 : a \cdot m = b$.

a) Beweisen Sie für $a,b,c \in N_0$, $a>0$:

I. Summenregel 1: Gilt $a \mid b$ und $a \mid c$, dann auch $a \mid b+c$.
II. Summenregel 2: Gilt $a \mid b$ und a teilt nicht c, dann auch a teilt nicht b+c.
III. Produktregel: Gilt $a \mid b$, dann auch $a \mid b \cdot c$

b) Im Zehnersystem ist eine natürliche Zahl genau dann durch 2 teilbar, wenn die letzte Ziffer der Zahl durch 2 teilbar ist (Endstellenregel für 2).
Formulieren Sie eine Endstellenregel für die Teilbarkeit einer natürlichen Zahl durch 4 und begründen Sie diese Regel mit den in a) genannten Sätzen.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
a) Stellen Sie einen Beweis für die unendliche Anzahl der Primzahlen unter Angabe der verwendeten Sätze übersichtlich dar.
b) Ein Schüler hat sich an Beispielen die Vermutung erarbeitet: Sind $p_1, p_2, \ldots, p_n$ die ersten n Primzahlen, dann ist $p_1 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_n + 1$ eine weitere Primzahl. Kommentieren Sie !

Aufgabe 3 (4 Punkte)
a) Für die Teilbarkeit durch 3 und 9 gibt es jeweils eine Quersummenregel. Führen Sie die an einem Beispiel (Unterrichtspraxis) angefangene Begründung zu Ende und geben Sie an, an welchen Stellen eine der Summenregeln bzw. die Produktregel (siehe A.1) verwendet wird.

$$\begin{aligned} 25\,014 &= 2\cdot 10\,000 + 5\cdot 1000 + 0\cdot 100 + 1\cdot 10 + 4 \\ &= 2\cdot(9\,999+1) + 5\cdot(999+1)+0\cdot(99+1)+ 1\cdot(9+1)+ 4 \\ &= 2\cdot 9\,999 + \mathbf{2} \quad + \quad 5\cdot 999+\mathbf{5} \quad + \quad 0\cdot 99+ \mathbf{0} \quad + \quad 1\cdot 9+ \mathbf{1} \quad + \mathbf{4} \ = \ldots\ldots \end{aligned}$$

Formulieren Sie die Quersummenregel für die Teilbarkeit durch 3 und 9 exakt.
b) Allgemein gilt für eine g-adische Zahldarstellung: Sei a ein Teiler von g−1 (das beinhaltet a = g−1). Dann ist z genau dann durch a teilbar, wenn die Quersumme von z durch a teilbar ist. Geben Sie dazu je ein Beispiel für g = 2; 3; 4; 5.

Aufgabe 4 (4 Punkte)
Für das Schriftliche Multiplizieren sind verschiedene Varianten gebräuchlich, z.B.

Variante 1	Variante 2	Variante 3	Variante 4
$\underline{568 \cdot 271}$	$\underline{568 \cdot 271}$	$\underline{568 \cdot 271}$	$\underline{568 \cdot 271}$
1136	113600	568	2168
3976	39760	3976	1626
568	568	1136	1355
111	*111*	*111*	*1 1*
153928	153928	153928	153928

a) Beschreiben Sie kurz und prägnant, worin sich die Methoden unterscheiden.
b) Geben Sie zu jeder Methode ein Argument, das aus Ihrer Sicht für die Methode spricht und ein Argument, das gegen die Methode spricht.