SS 14 - Fachdidaktik I - Übungsblatt 7 vom 21.05.14 - Abgabe am 28.05.14

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Gegeben sind die Funktionen f und g, deren Definitionsbereiche D_f und D_g und deren Wertebereiche Teilmengen von $\Re$ sind.

a) Geben Sie eine Definition der Funktion h mit Angabe des maximalen Definitionsbereichs:

(1) $h = k \cdot f$ $(k \in \Re)$ (2) $h = f+g$ (3) $h = f \cdot g$ (4) $h = f:g$ (5) $h = f \circ g$

b) Beschreiben Sie, wie man den Graphen von j aus dem Graphen von f geometrisch erhält:

(I) $j(x) = k \cdot f(x)$ (II) $j(x) = f(x+k)$ (III) $j(x) = f(k \cdot x)$ (IV) $j(x) = f(x)+k$

Veranschaulichen Sie diese Überlegungen am Beispiel $f(x) = x^2$ und $j(x) = 2(x^2 - 3)$ bzw. $j(x) = 2x^2 - 3$ bzw. $j(x) = 2(x-3)^2$ bzw. $j(x) = (2x)^2 - 3$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

a) Begründen Sie Schritt für Schritt, wie man aus dem Graphen von $f(x) = \sin(x)$ die Graphen von $g(x) = \sin(2(x+1))$ und $h(x) = \sin(2x+1)$ erhält (siehe dazu Aufgabe 1b).

b) Verändern Sie die Sinusfunktion so: Periodenlänge 1, NST $x=\pi+z \cdot 0{,}5$ $(z \in Z)$, Amplitude 3.

c) Die Tageslänge in Tübingen beträgt etwa 8 Stunden am 21.Dezember; 18 Stunden am 21.Juni; 12 Stunden am 21.März und am 21.September.

Modellieren Sie dafür eine passende Sinusfunktion.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

a) Wie zeigen Sie am Beispiel der Funktion f mit $f(x) = 6x^3 - 20x^2 - 100x - 200$, dass man das Verhalten für $x \to +/-\infty$ am Funktionsterm „ablesen" kann?

b) Geben Sie eine ganzrationale Funktion vom Grad 3 mit folgenden Eigenschaften an:

(i) $f(x) \to -\infty$ für $x \to +\infty$ und $f(x) \to +\infty$ für $x \to -\infty$.

(ii) Der Graph von f schneidet die x-Achse bei $x = 1$.

(iii) Der Graph von f berührt die x-Achse bei $x = -1$.

c) Zeige mit Hilfe der Ableitung: Der Graph von f mit $f(x)=a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$ (alle $a_i \in \Re$) geht durch den Punkt $Y(0 \mid a_0)$ und hat dort die Tangente mit der Gleichung $y=a_1 x+a_0$.

.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Zu ganzrationalen Funktionen g und h heißt die Funktion f mit $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ gebrochenrational.

a) Grenzen Sie für gebrochenrationale Funktionen die Begriffe Nullstelle, Definitionslücke, Polstelle und senkrechte Asymptote voneinander ab. Verdeutlichen Sie die Abgrenzung mit den Beispielen $f_1(x) = (x-1):(x+1)$, $f_2(x) = (x^2-1):(x+1)$, $f_3(x) = (x-1):(x^2+1)$.

b) Beschreiben Sie, wie man den Graphen einer gebrochenrationalen Funktion auf waagrechte und schiefe Asymptoten untersucht.

Begründen Sie am Beispiel der Funktion f mit

$f(x) = \frac{2x^3-7x^2+1}{5x^3+6x-8}$ das Verfahren.

c) Bestimmen Sie einen gebrochenrationalen Funktionsterm, der mit dem abgebildeten Graphen in den Nullstellen und Asymptoten übereinstimmt.