SS 14 - Fachdidaktik I - Übungsblatt 8 vom 28.05.14 - Abgabe am 4.06.14

Für dieses Blatt gilt die **Definition** (Definitions-und Wertemenge sind Teilmengen von $\Re$):
Die Funktion f mit Definitionsbereich D heißt an einer Stelle $a \in D$ **stetig** genau dann, wenn $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$ gilt. f heißt stetig auf D, wenn f an jeder Stelle $a \in D$ stetig ist.

Aufgabe 1 (4 Punkte)

a) Prüfen Sie die Funktion auf Stetigkeit an der Stelle x = 1 und auf D.

(1) $f(x) = \begin{cases} 1, & x \le 1 \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$; D = R (2) $f(x) = \begin{cases} 2, & x \le 1 \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$; D = R (3) $f(x) = \begin{cases} 2, & x < 1 \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$; D = R\{1}

b) Prüfen Sie die Funktion auf Stetigkeit an der Stelle x = 0 und auf D.

(4) $f(x) = \frac{1}{x}$, D= R\{0} (5) $f(x) = \begin{cases} \sin(\frac{1}{x}), & x \ne 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$; D = R (6) f(x) = 1; D={x | $x \le -1 \vee x = 0 \vee x \ge 1$}

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Die Funktion f sei auf einem abgeschlossenen Intervall [a,b] definiert mit f(a) < f(b). Die Aussagen A und B sind so festgelegt:
A: f ist stetig auf [a,b]. B: Zu jedem c mit f(a)<c<f(b) gibt es ein z mit a<z<b und f(z)=c.
a) Skizzieren Sie die Graphen der Funktionen g, h und i. Prüfen Sie, ob die Aussage A bzw. die Aussage B bei den Funktionen g, h und i wahr ist.

g: $[0,2] \to \begin{cases} x+1; & 0 \le x \le 1 \\ x-2; & 1 < x \le 2 \end{cases}$ h: $[0,2] \to \begin{cases} -x+1; & 0 \le x \le 1 \\ 2x-1; & 1 < x \le 2 \end{cases}$ i: $[0,2] \to \begin{cases} -x+1; & 0 \le x \le 1 \\ 2x-2; & 1 < x \le 2 \end{cases}$.

b) Prüfen Sie, ob A $\Leftrightarrow$ B gilt, oder mit anderen Worten: Ob Stetigkeit auf einem abgeschlossenen Intervall äquivalent zur Zwischenwerteigenschaft ist .

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Sie sind die Lehrerin / der Lehrer. Klären Sie die Schülerfragen.
a) *Der Nullstellensatz sagt doch aus, dass eine Funktion in einem Intervall, die sowohl negative als auch positive Werte annimmt, mindestens eine Nullstelle besitzt. Jetzt ist es aber doch so, dass z.B. die Funktion $y = x^2$ eine doppelte Nullstelle besitzt, obwohl keine negativen Werte angenommen werden. Kann man das erklären ?*
b) Im Buch steht, dass die Funktion f: $x \to \frac{1}{x}$ stetig ist. Sie sagten, das würde bedeuten, dass man den Graphen ohne abzusetzen durchzeichnen kann. Das passt doch nicht zusammen.
c) Da *f: $x \to \frac{1}{x}$ stetig auf (0;1] ist, hat f da ein Maximum und ein Minimum. Dann müsste doch ∞ als Maximum zählen.*

Aufgabe 4 (4 Punkte)

a) Zeigen Sie: Wenn ein Wanderer zwischen 8 Uhr und 14 Uhr von A nach B geht und am nächsten Tag zwischen 8 Uhr und 14 Uhr auf derselben Strecke von B nach A, dann gibt es auf der Strecke einen Ort, wo er an beiden Tagen zur gleichen Zeit war.
b) zeigen Sie: Auf jedem Längenkreis der Erde gibt es zwei gegenüberliegende Punkte mit derselben Höhe über NormalNull.