

## SS 14 - Fachdidaktik I - Übungsblatt 9 vom 4.06.14 - Abgabe am 18.06.14

### Aufgabe 1 (4 Punkte)

a) Die Funktion  $f$  sei auf  $[u,v]$  definiert. Geben Sie eine Definition für:  $f$  ist an der Stelle  $a$  aus  $[u,v]$  differenzierbar.

b) Skizzieren Sie einen Graphen der Funktion und untersuchen Sie die Funktion auf Differenzierbarkeit im Definitionsbereich.

$$\text{I. } f(x) = \begin{cases} 1; & x \leq 1 \\ x^2; & x > 1 \end{cases}; D = \mathbb{R} \quad \text{II. } f(x) = \begin{cases} -(x-1)^2 + 1; & x \leq 1 \\ (x-1)^2 + 2; & x > 1 \end{cases}; D = \mathbb{R} \quad \text{III. } f(x) = \sqrt{x-1}; x \geq 1.$$

### Aufgabe 2 (4 Punkte)

Im Unterricht soll die Ableitung der Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{1}{x}$  mithilfe des Differenzenquotienten in der „h-Form“  $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$  bis zum Ergebnis  $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$  hergeleitet werden.

Führen Sie dies durch und stellen Sie die Herleitung wie in einem übersichtlichen Tafelbild so dar, dass die einzelnen Schritte für den Schüler sichtbar sind und algebraische Schwierigkeiten nicht „versteckt“ werden. Bezeichnen Sie die algebraischen Schritte bzw. Umformungen mit Fachbegriffen wie „Kürzen mit . . .“ usw.

b) Führen Sie die Herleitung auch in der „x-Form“  $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$  aus.

Tipp: Weitere in der Schule behandelte Beispiele sind:  $f(x) = x^2$  und  $f(x) = \sqrt{x}$ .

### Aufgabe 3 (4 Punkte)

In dieser Aufgabe alle Herleitungen für die Ableitung in der Form  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ .

a) Leiten Sie die Ableitung von  $f(x) = x^4$  mit der o.g. Form her.

b) Für die Herleitung der Ableitung von  $f$  mit  $f(x) = x^n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ;  $n \geq 1$ ) muss die Potenz  $(x+h)^n$  als Summe geschrieben werden. Wie lautet diese Summe allgemein?

c) Beschreiben Sie, wie man Schülern auch ohne die allgemeine Umformung aus Teil b) erläutern kann, dass der Summand  $n \cdot x^{n-1} \cdot h$  die entscheidende Rolle spielt.

### Aufgabe 4 (4 Punkte)

In dieser Aufgabe alle Herleitungen für die Ableitung in der Form  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ .

a) Leiten Sie die Ableitung von  $f(x) = x^4$  mit der o.g. Form her.

b) Für die Ableitung von  $f(x) = x^n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ;  $n \geq 1$ ) muss die Differenz  $x^n - a^n$  als Produkt in der Form  $x^n - a^n = (x-a)(\dots)$  geschrieben werden. Wie lautet dieses Produkt allgemein?

c) Bei der Herleitung in Teilaufgabe a) benötigt man Grenzwertsätze für Funktionen. Welche Grenzwertsätze sind dies?