$E[X_i] = \mu$, $Var(X_i) = \sigma^2$ für jedes $i = 1, \dots, n$

$$Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$$

n groß (ZGS)

$$Y \sim \mathcal{N}(n\mu, n\sigma^2)$$

$E[Y]$ und $Var(Y)$ kennen wir bereits, denn

$$E[Y] = E[X_1 + \dots + X_n] = E[X_1] + \dots + E[X_n] = n\mu$$

immer

$$Var(Y) = Var(X_1 + \dots + X_n) = Var(X_1) + \dots + Var(X_n) = n\sigma^2$$

da X_i unabhängig

$$\overline{X} = \frac{1}{n}(X_1 + \dots + X_n) = \frac{1}{n} Y$$

wieder $\overline{X} \sim \mathcal{N}\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$

$$E[\bar{X}] = E\left[\frac{1}{n}Y\right] = \frac{1}{n}E[Y] = \mu$$

$$\mathrm{Var}(\bar{X}) = \mathrm{Var}\left(\frac{1}{n}Y\right) = \frac{1}{n^2}\mathrm{Var}(Y) = \frac{\sigma^2}{n}$$

---

z-Test

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \quad , \quad \bar{X} = \frac{1}{n}(X_1 + \dots + X_n)$$

$E[X_i] = \mu_0$ (unter H_0)

$\mathrm{Var}(X_i) = \sigma^2$

$\Rightarrow$ $E(\bar{X}) = \mu_0$

$\mathrm{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$

$$\Rightarrow \quad Z \sim N(0, 1)$$

VI beim t-Test

$H_0: \mu = \mu_0$, $H_A: \mu \neq \mu_0$

H_0 wird nicht verworfen, wenn

$t_{df, 1-\frac{\alpha}{2}}$

$$-t < \underbrace{\frac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}}_{T} < t$$

$$\Leftrightarrow \quad -t\frac{s}{\sqrt{n}} < \bar{X} - \mu_0 < t\frac{s}{\sqrt{n}} \qquad \Big| \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \quad t\frac{s}{\sqrt{n}} > \mu_0 - \bar{X} > -t\frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \bar{X} + t\frac{s}{\sqrt{n}} > \mu_0 > \bar{X} - t\frac{s}{\sqrt{n}}$$

zum Wilcoxon-Test

Summe aller Ränge

$$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n}{2}(n+1)$$

Würfle Ränge (per fairem Münzwurf) auf pos. u. neg. Abweichungen ... erwarte $U^+ \approx U^- = \frac{n(n+1)}{4}$