

Mathematik II für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 2 (Abgabe am 17.04.2014)

Aufgabe 4

(10 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

a) $\int \cos^3 x \, dx$

b) $\int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$

c) $\int \cos^5 x \, dx$

Aufgabe 5

(10 Punkte)

Berechnen Sie:

a) $\int_1^e \frac{2x^2 + \sqrt{x} - 4}{x} \, dx$

b) $\int_0^\infty \frac{dx}{1+x^2}$

c) $\frac{d}{dx} \int_0^{x^2} e^{-t^2} \, dt$

d) $\frac{d}{dx} \int_{\sqrt{x}}^{14} e^{-t^2} \, dt$

HINWEISE: Erinnern Sie sich bei Teil (b) an die Ableitungen der inversen trigonometrischen Funktionen. Denken Sie bei den Teilen (c) & (d) daran, dass $\int_a^b f(t) \, dt = F(b) - F(a)$ ist, wobei F der Gleichung $F'(t) = f(t)$ genügt – vielleicht ist es ja egal, ob man das F explizit kennt...

Aufgabe 6

(10 Punkte)

Berechnen Sie:

a) $\int_1^\infty \frac{7x+4}{x^3+3x^2+2x} \, dx$

b) $\int_1^\infty \frac{3x+1}{x^3+2x^2+x} \, dx$

c) $\int_0^\infty \frac{x^2-4x+2}{(x^2-2x+2)^2} \, dx$

Aufgabe 7

(10 Punkte)

Die Funktion

$$\Gamma(s) := \int_0^\infty t^{s-1} e^{-t} \, dt$$

ist für alle $s \in \mathbb{R}^+$ wohldefiniert. (Warum?)

a) Berechnen Sie $\Gamma(1)$.

b) Zeigen Sie: $\Gamma(s+1) = s\Gamma(s) \forall s > 0$. HINWEIS: Partielle Integration.

c) Bestimmen Sie $\Gamma(14)$.

Aufgabe 8

(10 Zusatzpunkte)

a) Berechnen Sie: (i) $\lim_{y \rightarrow 0^+} \left(\int_{-1}^{-y} \frac{dx}{x} + \int_{y^2}^1 \frac{dx}{x} \right)$ (ii) $\lim_{y \rightarrow 0^+} \left(\int_{-1}^{-y^2} \frac{dx}{x} + \int_y^1 \frac{dx}{x} \right)$
(iii) $\lim_{y \rightarrow 0^+} \left(\int_{-1}^{-y^2} \frac{dx}{x} + \int_{y^2}^1 \frac{dx}{x} \right)$

b) Finden Sie Funktionen ϕ und ψ mit $\lim_{y \rightarrow 0^+} \phi(y) = \lim_{y \rightarrow 0^+} \psi(y) = 0$ so, dass

$$\lim_{y \rightarrow 0^+} \left(\int_{-1}^{\phi(y)} \frac{dx}{x} + \int_{\psi(y)}^1 \frac{dx}{x} \right) = 4\pi.$$

c) Begründen Sie, warum $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x}$ nicht existiert.

Aufgabe 9

(3 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 25.05.14 auf www.khanacademy.org die *Skill*

- *Partial fraction expansion*.

Je *Skill*, für die Sie am Stichtag den Status *Practiced* oder *Level One* erreicht haben, erhalten Sie 2 Punkte. Für den Status *Level Two* oder *Mastered* schreiben wir 3 Punkte gut.

HINWEIS: Um für Aktivitäten auf KHANACADEMY Zusatzpunkte zu erhalten, gehen Sie wie folgt vor.

- Machen Sie sich auf www.khanacademy.org einen Account. Geben Sie dabei als *Real Name* Ihren wahren Namen an.
- Um eine bestimmte *Skill* zu üben, geben Sie z.B. in das Suchfeld den Namen der *Skill* ein (z.B. *Partial fraction expansion*). Wenn Sie genügend Aufgaben in Folge richtig beantwortet haben, erreichen Sie den Status *Practiced*.
- Die Status *Level One*, *Level Two* und *Mastered* können Sie nur durch *Mastery Challenges* erreichen, die Ihnen angeboten werden, wenn Sie den nächst niedrigeren Status bereits vor einer Weile erreicht haben.
- Damit Ihr(e) Übungsgruppenleiter(in) Ihren Fortschritt sehen (und dafür Zusatzpunkte gutschreiben) kann, müssen Sie sie/ihn zu Ihrem *Coach* machen. Dazu benötigen Sie ihre/seine *Coach-ID* oder *Course-ID*, welche Sie in den Übungsgruppen erhalten. (Wenn Sie vor dem Eintragen der *Coach/Course-ID* bereits mit Ihrem Account geübt haben, dann wird Ihr Fortschritt auch nachträglich für Ihre(n) Übungsgruppenleiter(in) sichtbar.)