

## Mathematik II für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 3 (Abgabe am 24.04.2014)

---

### Aufgabe 10

(10 Punkte)

Berechnen Sie ohne (komplexe) Partialbruchzerlegung:

$$\text{a) } \int \frac{ax + b}{x^2 + \gamma^2} dx, \quad a, b, \gamma \in \mathbb{R} \qquad \text{b) } \int \frac{x}{x^2 + 2x + 2} dx$$

HINWEISE: Denken Sie an die Stammfunktionen von  $\frac{x}{1+x^2}$  und  $\frac{1}{1+x^2}$ .

Ergänzen Sie (b) zunächst quadratisch.

### Aufgabe 11

(10 Punkte)

Bestimmen Sie alle Lösungen  $y(x)$  der folgenden Differentialgleichungen. Berechnen Sie dazu zunächst die Lösungen der jeweiligen homogenen Gleichung. Eine partikuläre Lösung finden Sie dann entweder durch Raten oder durch Variation der Konstanten.

$$\text{a) } y' + 3y = 2 \qquad \text{b) } y' + 3y = e^{3x} \qquad \text{c) } y' + 3y = e^{-3x} \qquad \text{d) } y' + 3y = x^2$$

### Aufgabe 12

(10 Punkte)

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme.

$$\text{a) } y' - \left(\frac{2}{x} + 2\right)y = 0, \quad y(1) = 2 \qquad \text{b) } y' - \frac{\sin(x)}{y} = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$$

### Aufgabe 13 (vgl. <http://spikedmath.com/517.html>)

(10 Punkte)

Wir definieren eine Ellipse als die Menge aller Punkte  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ , für die die Summe der Abstände zu zwei gegebenen Punkten, genannt Brennpunkte, gleich ist. Als Brennpunkte wählen wir  $(\pm f, 0)$  und als Summe der Abstände  $d > 2f$ .

- Bestimmen Sie die Schnittpunkte  $(\pm a, 0)$  der Ellipse mit der  $x$ -Achse, sowie die Schnittpunkte  $(0, \pm b)$  mit der  $y$ -Achse. Die Größen  $a$  und  $b$  heißen Halbachsen der Ellipse.
- Drücken Sie die in der Definition genannte Bedingung, die die Punkte  $(x, y)$  erfüllen müssen, als eine Gleichung aus (die dann die Parameter  $f$  und  $d$  enthält).
- Bringen Sie die Gleichung aus (b) auf die Form

$$\frac{x^2}{\dots} + \frac{y^2}{\dots} = 1.$$

- Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse aus (a) und (c), und drücken Sie die Bedingung für die Punkte  $(x, y)$  nun durch eine Gleichung aus, die statt  $f$  und  $d$  nur die Parameter  $a$  und  $b$  enthält.

### Aufgabe 14

(12 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 25.05.14 auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) die *Skills*

- *Equation of a circle in factored form,*
- *Graphing circles,*
- *Equation of a circle in non-factored form* und
- *Equation of an ellipse.*

Je *Skill*, für die Sie am Stichtag den Status *Practiced* oder *Level One* erreicht haben, erhalten Sie 2 Punkte. Für den Status *Level Two* oder *Mastered* schreiben wir 3 Punkte gut.