

Mathematik II für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 4 (Abgabe ausnahmsweise bis spätestens **Fr 2.5.14, 9:00 Uhr**,
durch Einwurf in die **orange Mappe vor C6P43**)

Aufgabe 15

(10 Punkte)

Bestimmen Sie alle Lösungen $y(x)$ der folgenden Differentialgleichungen. Geben Sie in Teil (a) auch die Menge aller reellen Lösungen an.

a) $y'' - 2y' + 5y = 0$

b) $y'' + 6y' + 9y = 0$

c) $y'' + 7y' + 10y = 0$

Aufgabe 16

(10 Punkte)

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme.

a) $y'' + 6y' + 9y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$

b) $y'' - 2y' + 5y = e^{-3x}, \quad y(0) = y'(0) = \frac{1}{20}$

c) $y'' + 7y' + 10y = e^{-2x}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -\frac{25}{13}$

Aufgabe 17

(10 Punkte)

Wir betrachten das AWP $y'(x) = -y(x) - 1, \quad y(0) = -2$.

- Lösen Sie das AWP (wie in früheren Aufgaben).
- Bestimmen Sie alle Picard-Iterierten $y_n(x), n \in \mathbb{N}_0$, für das AWP.
- Berechnen Sie $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n(x)$ und vergleichen Sie mit Teil (a).

Aufgabe 18 (vgl. <http://spikedmath.com/517.html>)

(10 Punkte)

Wir definieren eine Hyperbel als die Menge aller Punkte $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, für die der Betrag der Differenz der Abstände zu zwei gegebenen Punkten, genannt Brennpunkte, gleich ist. Als Brennpunkte wählen wir $(\pm f, 0)$ und als Betrag der Differenzen der Abstände $2a$ mit $0 < a < f$.

- Drücken Sie die in der Definition genannte Bedingung, die die Punkte (x, y) erfüllen müssen, als eine Gleichung aus (die dann die Parameter f und a enthält).
- Bringen Sie die Gleichung aus (a) auf die Form

$$\frac{x^2}{\dots} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Drücken Sie $b > 0$ als Funktion von f und a aus.

- Bestimmen Sie die Schnittpunkte der Hyperbel mit der x -Achse.
- Bestimmen Sie $m := \lim_{|x| \rightarrow \infty} \frac{|y|}{|x|}$ für Punkte (x, y) auf der Hyperbel.

Welche Rolle spielen die Geraden $y = \pm mx$ beim Zeichnen der Hyperbel?

- Zeichnen Sie die Hyperbel für $f = 5$ und $a = 3$.

Aufgabe 19

(6 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 25.05.14 auf www.khanacademy.org die *Skills*

- *Asymptotes of a hyperbola* und
- *Recognizing conic sections*.

Je *Skill*, für die Sie am Stichtag den Status *Practiced* oder *Level One* erreicht haben, erhalten Sie 2 Punkte. Für den Status *Level Two* oder *Mastered* schreiben wir 3 Punkte gut.