

MATHEMATIK FÜR PHYSIKER IV  
Übungsblatt 1

**Aufgabe 1:**

Stelle in der komplexen Ebene die Menge der Punkte  $z$  dar, welche durch folgende Bedingungen definiert werden:

- a)  $|z - z_1| = |z - z_2|$ , für  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ ,
- b)  $1/z = \bar{z}$ ,
- c)  $\operatorname{Re}(z) = 3$ ,
- d)  $\operatorname{Re}(z) \geq c$ , für  $c \in \mathbb{R}$ ,
- e)  $\operatorname{Re}(az + b) \geq 0$ , für  $a, b \in \mathbb{C}$ ,
- f)  $|z| = \operatorname{Re}(z) + 1$ ,
- g)  $\operatorname{Im}(z) = c$ , für  $c \in \mathbb{R}$ .

**Aufgabe 2:**

Zeige, dass für  $f(z) = \frac{1}{z}$

$$F : \mathbb{C} \setminus (-\infty, 0] \rightarrow \mathbb{C},$$
$$F(z) = \int_0^1 f(\gamma_z(t)) \dot{\gamma}_z(t) dt, \quad \gamma_z(t) = 1 + t(z - 1)$$

eine Stammfunktion von  $f(z)$  ist.

**Aufgabe 3:**

- a) Sei  $z := \frac{-1+i}{2} \in \mathbb{C}$ .
  - i) Berechne die vierten Wurzeln von  $z$ .
  - ii) Bestimme den Betrag und das Argument von  $z^i$ .
- b) Zeige, dass

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}, \quad x \mapsto f(x) := \frac{x - i}{x + i}$$

die reellen Zahlen auf den Einheitskreis  $K = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$  in der komplexen Zahlenebene abbildet.