

MATHEMATIK FÜR PHYSIKER IV
Übungsblatt 1

Aufgabe 1:

Stelle in der komplexen Ebene die Menge der Punkte z dar, welche durch folgende Bedingungen definiert werden:

- a) $|z - z_1| = |z - z_2|$, für $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$,
- b) $1/z = \bar{z}$,
- c) $\operatorname{Re}(z) = 3$,
- d) $\operatorname{Re}(z) \geq c$, für $c \in \mathbb{R}$,
- e) $\operatorname{Re}(az + b) \geq 0$, für $a, b \in \mathbb{C}$,
- f) $|z| = \operatorname{Re}(z) + 1$,
- g) $\operatorname{Im}(z) = c$, für $c \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 2:

Zeige, dass für $f(z) = \frac{1}{z}$

$$F : \mathbb{C} \setminus (-\infty, 0] \rightarrow \mathbb{C},$$
$$F(z) = \int_0^1 f(\gamma_z(t)) \dot{\gamma}_z(t) dt, \quad \gamma_z(t) = 1 + t(z - 1)$$

eine Stammfunktion von $f(z)$ ist.

Aufgabe 3:

- a) Sei $z := \frac{-1+i}{2} \in \mathbb{C}$.
 - i) Berechne die vierten Wurzeln von z .
 - ii) Bestimme den Betrag und das Argument von z^i .
- b) Zeige, dass

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}, \quad x \mapsto f(x) := \frac{x - i}{x + i}$$

die reellen Zahlen auf den Einheitskreis $K = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$ in der komplexen Zahlenebene abbildet.