Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. F. Loose
P. Konstantis

WS 2009
27.10.2009
Blatt 2

Übungen zu „Algebraische Topologie“

1. Seien X, Y topologische Räume. Zeigen Sie, dass die Mengen $U \times V$, wo $U \subseteq X$ und $V \subseteq Y$ offen ist, eine Basis der Produkt–Topologie auf $X \times Y$ liefern.

2. Sei X ein topologischer Raum.

   (a) Für $M \subseteq X$ definiert man den *Abschluss* $\overline{M}$ als die kleinste abgeschlossene Menge, die M enthält, also $\overline{M} := \bigcap\{A \subseteq X : A \text{ abgeschlossen}, M \subseteq A\}$. Ein Punkt $x \in X$ heißt *Berührpunkt* von M, wenn jede Umgebung von x die Menge M schneidet. Zeigen Sie, dass $\overline{M}$ die Menge aller Berührpunkte von M ist.

   (b) Zeigen Sie: Erfüllt X das erste Abzählbarkeitsaxiom, so besteht $\overline{M}$ aus den Punkten, die Grenzwerte von Folgen in M sind.

3. Sei X ein topologischer Raum, R eine Äquivalenzrelation auf X und X/R der induzierte Quotientenraum. Weiter sei $\pi\colon X \to X/R$ die kanonische Projektion und Y ein topologischer Raum. Zeigen Sie, dass eine Abbildung $f\colon X/R \to Y$ genau dann stetig ist, wenn $f \circ \pi\colon X \to Y$ stetig ist.

4. (a) Zeigen Sie, dass $\mathbb{R}/(0,1)$ nicht hausdorffsch ist, wo $(0,1)$ das offene Intervall in $\mathbb{R}$ mit den Grenzen 0 und 1 ist.

   (b) Geben Sie an, welche Punkte man in $\mathbb{R}/(0,1)$ nicht trennen kann.

Abgabe: Mittwoch, 4. November 2009, 9 Uhr