Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. F. Loose
P. Konstantis

WS 2009/2010
11.11.2009
Blatt 4

Übungen zu „Algebraische Topologie“

1. Zeigen Sie, dass die Abbildung

$$f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R},\ (x_1, \ldots, x_n) \mapsto ||x||$$

eigentlich ist, wo $||.||$ irgendeine Norm auf $\mathbb{R}^n$ ist.

2. Seien X und Y lokal kompakte topologische Räume mit abzählbarer Topologie. Zeigen Sie, dass eine stetige Abbildung $f\colon X \to Y$ genau dann eigentlich ist, wenn für jede Folge $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ohne Häufungspunkte in X auch die Bildfolge $(f(x_n))_{n\in\mathbb{N}}$ ohne Häufungspunkte in Y ist.

3. Sei X ein lokal kompakter Raum und sei $\tilde{X} := X + \{\omega\}$ mit $\omega \notin X$. Eine Menge $U \subseteq \tilde{X}$ soll offen heißen, falls mit $\omega \notin U$ gilt, dass U offen in X ist oder falls mit $\omega \in U$ gilt, dass $\mathcal{C}(U)$ kompakt in X ist. Zeigen Sie, dass dadurch eine Topologie auf $\tilde{X}$ definiert wird, die kompakt ist und die Teilraumtopologie auf $X \subseteq \tilde{X}$ die gegebene Topologie auf X ist.

4. Seien X und Y kompakte topologische Räume. Zeigen Sie, dass $X \times Y$ kompakt ist.

Abgabe: Mittwoch, 18. November 2009, 9 Uhr