Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Dr. Stefan Keppeler Wintersemester 09/10

Mathematik I für Biologen, Geowissenschaftler und Geoökologen

Übungsblatt 3 (Abgabe am 9.11.2008)

Aufgabe 11 (10 Punkte)
In der Vorlesung haben wir die Bergmannsche Regel diskutiert, der zugrundeliegt, dass man bei gleicher Form das Verhältnis von Oberfläche zu Volumen verkleinern kann, indem man das Objekt (Säugetier, Vogel) vergrößert. Eine andere Möglichkeit, dieses Verhältnis zu ändern, besteht darin, bei gleichbleibendem Volumen, die Form zu verändern. Betrachten Sie dazu exemplarisch Quader gleichen Volumens, deren Kantenlängen a, b, c die folgenden Verhältnisse $a : b : c$ haben.

a) 1 : 1 : 1 (Würfel) b) 1 : 1 : 2 c) 1 : 1 : 5 d) 1 : 1 : 10 e) 1 : 1 : 20 f) 1 : 1 : 50

Hinweis: Legen Sie z.B. das Volumen willkürlich auf 1 fest, und berechnen Sie jeweils die Oberfläche.

Welche Form würde sich für Tiere in wärmeren, welche für Tiere in kälteren Gefilden anbieten?

Aufgabe 12 (10 Punkte)
Von einem See wird jährlich am 1. Januar die Fläche bestimmt, mit folgenden Ergebnissen:

Jahr	2005	2006	2007	2008	2009
Fläche (in km^2)	180	198	178,2	160,38	176,42

Bestimmen Sie: (a) für jedes Jahr die prozentuale Flächenzunahme; (b) das arithmetische Mittel der jährlichen prozentualen Flächenzunahme; (c) die mittlere jährliche prozentuale Flächenzunahme. Erläutern Sie kurz den Unterschied zwischen (b) und (c), und welche Art der Mittelung für (c) verwendet werden muss.

Aufgabe 13 (10 Punkte)
Bei einer Geschwindigkeit vom 100km/h liegt der Benzinverbrauch von Michaels Auto bei 5ℓ/100km; bei 130km/h sind es 8ℓ/100km.

a) Michael fährt zunächst 100km mit 100km/h und dann 100km mit 130km/h.
   (i) Wie groß ist sein durchschnittlicher Verbrauch?
   (ii) Wie groß ist seine Durchschnittsgeschwindigkeit?
b) Michael fährt zunächst 30min mit 130km/h und dann 30min mit 100km/h.
   (i) Wie groß ist sein durchschnittlicher Verbrauch?
   (ii) Wie groß ist seine Durchschnittsgeschwindigkeit?
c) Wie heißen die Mittelwerte, die in den Aufgabenteilen a und b zum Einsatz kamen?

Aufgabe 14 Matlab[1] (10 Punkte)
Plotten Sie die Gauß-Funktion

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \qquad (*)$$

im Intervall $[-4, 6]$ für $\mu = 1$ und $\sigma = 2$ wie in Beispiel 2. Definieren Sie sich hierzu zuerst Variablen `mu` und `sigma`.
Hinweis: Die Quadratwurzel von `p` berechnet man mit `sqrt(p)`. Wie erhält man jedoch π?

---

[1] Zur Bearbeitung der Computer-Übungsaufgaben benutzen wir Matlab. Auf der Vorlesungshomepage finden Sie Informationen zu Download, Rechner-Pools, Sprechzeiten etc.

Aufgabe 15 MATLAB (10 Punkte)
Öffnen Sie einen Text-Editor (klicken dazu z.B. im MATLAB-Fenster auf das Pulldown-Menü `File` und wählen Sie `New` → `M-File`). Mit Hilfe des Text-Editors können Sie externe MATLAB-Funktionen und Skripte schreiben und diese im MATLAB-Verzeichnis abspeichern. Schreiben Sie nun analog zu Beispiel 4 eine Funktion `gauss(x,mu,sigma)`, welche als Eingaben `x` (Datenvektor!), `mu` (Skalar) und `sigma` (Skalar) erhält und den entsprechenden Funktionswert von (∗) an der Stelle `x` ausgibt. Der Aufruf erfolgt im MATLAB-Command Window durch

» `x = -4:.1:6;` Unser bekannter Datenvektor...
» `mu = ... , sigma = ...` definiert Variablen `mu` und `sigma` und weist ihnen Werte zu.
» `fx = gauss(x,mu,sigma)` Aufruf der Funktion `gauss`, deren Ausgabe ein Datenvektor mit Funktionswerten von (1) ist.
» `plot(x,fx)` Zeichnet die $\texttt{fx}_i$ und $\texttt{x}_i$ in ein Diagramm

Abzugeben ist hier der Text Ihrer Funktion `gauss.m`.

Aufgabe 16 MATLAB (10 Punkte)
Berechnen Sie (analog zu Beispiel 3) die ersten 100 Fibonacci-Zahlen, definiert durch ($t \in \mathbb{N}$)

$$F_1 = 1\,, \qquad F_2 = 1\,, \qquad F_t = F_{t-1} + F_{t-2} \quad \forall\, t \geq 3\,,$$

und stellen Sie die ersten 10 und die ersten 100 Werte jeweils graphisch dar!

Starten Sie nun MATLAB und geben Sie im Command Window folgende `Beispielbefehle` ein.

Beispiel 1:
» `a = 2^10` Dies definiert eine Variable `a` und weist ihr den Wert 2^{10} zu.

Beispiel 2: (Plot von $f(x) = x^2$)
» `x = 0:.1:10;` Dies definiert einen Datenvektor `x` mit 101 Komponenten, `x(1)`, `x(2)`,..., `x(101)`, mit den Werten 0, 0.1, 0.2,..., 10, also im Intervall von 0 bis 10, in Schritten von 0.1 (wir verwenden hier den Dezimalpunkt statt des Kommas). Das Semikolon am Ende der Zeile verhindert, dass nochmals alle Werte `x(i)` ausgegeben werden.
» `fx = x.^2;` erzeugt einen Datenvektor `fx` mit Einträgen `fx(n)` = $\texttt{x(n)}^2$. Ein Punkt vor "^" bewirkt also komponentenweise Operationen auf Datenvektoren, während z.B. für Skalare (z.B. `y=5^2`) kein Punkt notwendig ist.
» `plot(x,fx)` zeichnet die Werte in `fx` als Funktionwerte der `x(n)` in `x`.

Beispiel 3: (geometrische Progression, $A_1 = 5$, $A_{n+1} = 4A_n\ \forall\, n \geq 1$)
» `A=zeros(1,100);` Dies erzeugt ein Zahlenschema aus einer Zeile und 100 Spalten, gefüllt mit Nullen.
» `A(1)=5;` Dies weist dem ersten Element dieses Schemas den Wert 5 zu.
» `for n=2:100`
`A(n)=4*A(n-1);` Wir ordnen A_n den Wert $4A_{n-1}$ zu.
`end`
Die mittelere Zeile wird für alle `n`= $2,\ldots,100$ ausgeführt.
» `bar(A(1:10))` Dies erzeugt ein Balkendiagramm der ersten 10 Folgenglieder.
» `bar(A(1:100))` ...der ersten 100...

Beispiel 4:
Einfache Funktionen und Skripte speichert man unter dem Funktionsnamen ab, im folgenden Beispiel also unter `pol.m`:

```
function fx=pol(x,a,b,c)
   fx=a*x.^2+b*x+c;
end
```

`function fx=pol(x,a,b,c)` definiert eine Funktion `pol(x,a,b,c)` mit Eingabewerten `x`, `a`, `b`, `c` und Ausgabewert `fx`; gleichzeitig markiert es den Beginn der Funktion.
`fx=a*x.^2+b*x+c;` definiert den Ausgabewert `fx` und weist ihm das Ergebnis der rechten Seite zu (man beachte den Punkt für komponentenweises Arbeiten).
`end` markiert das Ende der Funktion.

Abgabe: Fertigen Sie, wenn nichts anderes angegeben ist, immer einen Ausdruck Ihrer Arbeit an, auf dem die Ergebnisse (z.B. Plots) zu sehen sind, sowie die Befehle, mit denen Sie sie erzeugt haben. Geben Sie diesen Ausdruck zusammen mit Ihren anderen Übungsaufgaben ab.