

Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 12 (Abgabe am 22.01.2010)

Aufgabe 53 (10 Punkte)

Berechnen Sie die Geschwindigkeit in Kugelkoordinaten, d.h. berechnen Sie $\dot{\vec{x}}$ für

$$\vec{x}(t) = r(t) \begin{pmatrix} \sin(\theta(t)) \cos(\phi(t)) \\ \sin(\theta(t)) \sin(\phi(t)) \\ \cos(\theta(t)) \end{pmatrix},$$

und drücken Sie das Ergebnis als Linearkombination von \vec{e}_r , \vec{e}_θ und \vec{e}_ϕ aus (siehe Aufgabe 51).

Aufgabe 54 (10 Punkte)

Skizzieren Sie die folgenden Kurven und berechnen Sie jeweils die Geschwindigkeit sowie deren Betrag:

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 2 \cos t \\ -2 \sin t \\ 3t \end{pmatrix}, \quad \vec{y}(t) = \begin{pmatrix} (1 + \cos t) \cos t \\ (1 + \cos t) \sin t \\ t \end{pmatrix}, \quad t \in [0, 2\pi].$$

Zeichnen Sie auch $\dot{\vec{y}}(0)$, $\dot{\vec{y}}(\frac{\pi}{2})$, und $\dot{\vec{y}}(\frac{3\pi}{2})$ als Tangentialvektoren ein.

Aufgabe 55 (10 Punkte)

Bestimmen Sie die Polardarstellung der folgenden Punkte im \mathbb{R}^2 :

- a) (4, 3) b) (3, -4) c) (-3, 2) d) (-3, -3)

Geben Sie die folgenden Punkte im \mathbb{R}^3 in Kugelkoordinaten (r, θ, ϕ) an:

- e) (e, 0, 0) f) (0, 2, 0) g) (1, 0, 1)

Aufgabe 56 (10 Punkte)

Berechnen Sie – falls möglich – für die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

- a) AA^T , b) $A^T A$, c) $AA^T B$, d) $A^T AB$,
e) $B^T AA^T$, f) A^2 , g) $A^T AA^T A$.