

Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 2 (Abgabe am 30.10.2009 vor der Vorlesung)

Aufgabe 6

(10 Punkte)

Berechnen Sie $(1 + i)^{2009}$.

HINWEIS: Denken Sie an die Polardarstellung für komplexe Zahlen.

Aufgabe 7

(10 Punkte)

Zeigen Sie (mit vollständiger Induktion):

a)

$$\sum_{k=0}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}_0.$$

b) Die Summe der ersten n positiven geraden Zahlen ist gleich $n(n+1)$.

HINWEISE: Formulieren Sie die Aussagen zunächst mit der Summenschreibweise.

Für $n \in \mathbb{Z}$ ist $2n$ gerade und $2n+1$ ungerade.

Aufgabe 8

(10 Punkte)

Sei $a_0 = 5$ sowie $a_{n+1} = 2a_n - 1$ für $n \in \mathbb{N}_0$. Zeigen Sie (mit vollständiger Induktion):

$$a_n = 2^{n+2} + 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}_0.$$

Aufgabe 9

(10 Punkte)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

Wird ein Kreis durch n Sekanten in Teilgebiete zerlegt, so läßt er sich mit 2 Farben so einfärben, daß benachbarte Gebiete verschiedene Farben haben.

HINWEIS: "Benachbart" bedeutet hier, daß die Gebiete entlang einer Strecke aneinanderstoßen (also nicht nur in einem Punkt).

Aufgabe 10

(10 Punkte)

Berechnen Sie für $x, y \in \mathbb{R}$ (d.h. das Ergebnis soll keine Summenzeichen mehr enthalten):

$$\text{a) } \sum_{k=3}^n x^k \quad \text{b) } \sum_{k=0}^n x^{k+n} \quad \text{c) } (x-y) \sum_{k=1}^n x^{n-k} y^{k-1}$$