Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Dr. Stefan Keppeler

Wintersemester 09/10

Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 4 (Abgabe am 13.11.2009)

Aufgabe 15 (10 Punkte)

Bestimmen Sie (falls existent) die folgenden Grenzwerte!

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n-1}\left(\frac{n^3+3n^2-1}{n^2}-n\right)\right)$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{2n+n^2}-\sqrt{n^2-3n}\right)$

c) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{5x^3-2x^2+x}{3x^3-2x}$

d) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^3-2x^2+x}{3x^3-2x}$

e) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-1}{|x-1|}$

Aufgabe 16 (10 Punkte)

a) Zeigen Sie: Für jedes $\varepsilon > 0$ existiert ein $\delta(\varepsilon)$, so dass

$$|x^2-9| < \varepsilon \qquad \forall\, x \text{ mit } |x-3| < \delta(\varepsilon)\,,$$

d.h. geben Sie ein geeignetes $\delta(\varepsilon)$ explizit an.

b) Definieren Sie $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$ analog zu den Definitionen aus der Vorlesung.
Hinweis: Schauen Sie sich an, wie wir $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \infty$ und $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \alpha$ definiert haben – Sie benötigen vielleicht zwei Ks, also z.B. ein K und ein $L(K)$...

Aufgabe 17 (10 Punkte)

Wo sind die folgenden Funktionen stetig, stetig fortsetzbar (und wie?) bzw. unstetig?

a) $f(x) = \frac{5x^3-2x^2+x}{3x^3-2x}$

b) $f(x) = \frac{x^2-x-12}{x-4}$

c) $f(x) = \frac{x^3-1}{(x-1)(x+2)}$

Aufgabe 18 (10 Punkte)

Bestimmen Sie alle Asymptoten der folgenden Funktionen!

a) $f(x) = \frac{5x^3-2x^2+x}{3x^3-2x}$

b) $f(x) = \frac{x^3-1}{(x-1)(x+2)}$

c) $f(x) = \frac{\sqrt{3x^2+1}}{x-2}$

Aufgabe 19 (10 Punkte)

Berechnen Sie für $n \in \mathbb{N}_0$ (d.h. das Ergebnis soll keine Summenzeichen mehr enthalten):

a) $\sum\limits_{\nu=0}^{n}\sum\limits_{\mu=\nu}^{n}\frac{1}{\mu+1}$

b) $\sum\limits_{\nu=0}^{n}\sum\limits_{\mu=0}^{\nu}\frac{x^\mu}{n-\mu+1}$