Mathematisches Institut
der Universität Tübingen

WS 2014/15

Prof. Dr. Frank Loose,
Pirmin Vollert

08.01.2015
Blatt 11

Übungen zu „Analysis I“

Aufgabe 1: Sei $k \in \mathbb{Z}$ und $q \in \mathbb{N}$. Berechnen Sie die Ableitung der Funktionen

$$f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^k \quad \text{und} \quad g : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R} : x \mapsto \sqrt[q]{x}.$$

(*Hinweis:* Verwenden Sie für $a, b \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N}$ die verallgemeinerte dritte binomische Formel $a^n - b^n = (a - b) \cdot \sum_{j=0}^{n-1} a^j b^{n-1-j}$.)

Aufgabe 2: Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine beschränkte Funktion, d.h. es existiert ein $M \in \mathbb{R}$, so dass $|f(x)| \leq M$ für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt.

(a) Zeigen Sie, dass die Funktion $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2 \cdot f(x)$ im Punkt 0 differenzierbar ist.

(b) Zeigen Sie anhand eines Beispiels, dass die Funktion $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x \cdot f(x)$ im Punkt 0 nicht differenzierbar sein muss.

Abgabe: Am Donnerstag, dem 15. Januar 2015, in der Vorlesung.