WS 14/15 - Fachdidaktik I - Übungsblatt 10 vom 19.01.15 – Abgabe Mo. 26.01.2015

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Diese Aufgabe zeigt Beispiele für *Lokales Ordnen* schon in der Unterstufe.

a) Aufgabe aus Lambacher-Schweizer Klasse 5:

Die Zahl 28 hat die Teiler 1, 2, 4, 7, 14 und 28. Die Addition aller Teiler 1+2+4+7 +14 außer der Zahl selbst ergibt wieder die Zahl 28. Man nennt 28 deshalb eine vollkommene Zahl.
Es gibt nur eine einzige vollkommene Zahl, die kleiner als 28 ist. Wie lautet sie?

Lösen Sie die Aufgabe. Warum fragt man nicht: Gib die ersten 5 vollkommenen Zahlen an?

b) Aus Lambacher-Schweizer Klasse 6:

Ein Bruch kann als Dezimalzahl geschrieben werden, wenn er den Nenner 10, 100, 1000, . . . hat. Beschreibe, wie man am Nenner eines Bruches erkennen kann, ob man ihn als Dezimalzahl schreiben kann? Überlege mithilfe der Primfaktorzerlegung von 10, 100, 1000, ...

Lösen Sie die Aufgabe und begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2

Definition: Die Funktion f heißt auf D_f streng monoton zunehmend (smz), wenn für alle x_1, x_2 aus D_f mit $x_1 < x_2$ gilt: $f(x_1) < f(x_2)$.

Satz (Monotoniekriterium): Die Funktion f sei auf dem Intervall I differenzierbar. Wenn $f'(x) > 0$ für alle x aus I, dann ist f auf I smz.

a) Erörtern Sie, ob die Definition und der Satz dieselben Fälle umfasst. Geben sie Beispiele.

b) Formulieren Sie die Umkehrung des Satzes.

Wo steckt der Fehler in folgendem „Beweis“ der Umkehrung?

Voraussetzung: Sei $x \in I$ und f auf I smz. Da f an der Stelle x differenzierbar ist, existiert für $v \to x$ der Grenzwert $f'(x)$ von $\frac{f(v)-f(x)}{v-x}$. Mit $v > x$ ist $f(v) > f(x)$, für $v < x$ ist $f(v) < f(x)$, also in jedem Fall $\frac{f(v)-f(x)}{v-x} > 0$. Damit ist der Grenzwert $f'(x)$ von $\frac{f(v)-f(x)}{v-x}$ größer 0, also $f'(x) > 0$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Es sei f eine auf dem Intervall I beliebig oft differenzierbare Funktion und z aus dem Inneren von I. Gegeben ist die Aussage $\boxed{A: f'(z) = 0}$ und die Aussage $\boxed{B: \text{f hat eine Extremstelle bei z}}$.

Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

(1) $\boxed{A \Rightarrow B}$ (2) $\boxed{B \Rightarrow A}$ (3) $\boxed{\text{A ist notwendig für B}}$ (4) $\boxed{\text{A ist hinreichend für B}}$

(5) $\boxed{\text{B ist notwendig für A}}$ (6) $\boxed{\text{B ist hinreichend für A}}$

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Untersuchen Sie, an welchen Stellen die Funktion ein lokales Minimum bzw. ein lokales Maximum besitzt und weisen Sie dies gegebenenfalls nach.

a) $f(x) = 2x^3 + 15x^2 + 36x$ b) $f(x) = |x|^3$