

## WS 14/15 - Fachdidaktik I - Übungsblatt 7 vom 8.12.14 – Abgabe 15.12.14

### Aufgabe 1 (4 Punkte)

Beweisen Sie exemplarisch für ganzrationale Funktionen  $f$  vom Grad  $n = 5$  den Satz:

- Wenn der Funktionsterm von  $f$  nur ungerade Hochzahlen von  $x$  besitzt, dann ist der Graph von  $f$  symmetrisch zum Ursprung.
- Wenn der Graph von  $f$  symmetrisch zum Ursprung ist, dann besitzt der Funktionsterm von  $f$  nur ungerade Hochzahlen von  $x$ . Stellen Sie in b) die Argumente des Beweises prägnant dar.

### Aufgabe 2 (4 Punkte)

a) Wie zeigen Sie am Beispiel der Funktion  $f$  mit  $f(x) = 6x^3 - 20x^2 - 100x - 200$ , dass man das Verhalten für  $x \rightarrow +\infty$  und für  $x \rightarrow -\infty$  am Grad des Polynoms und am Vorzeichen der höchsten  $x$ -Potenz ablesen kann, also letztlich am Summanden  $6x^3$ .

b) Geben Sie eine ganzrationale Funktion vom Grad 3 mit folgenden Eigenschaften an:

- $f(x) \rightarrow -\infty$  für  $x \rightarrow +\infty$  und  $f(x) \rightarrow +\infty$  für  $x \rightarrow -\infty$ .
- Der Graph von  $f$  schneidet die  $x$ -Achse bei  $x = 1$ .
- Der Graph von  $f$  berührt die  $x$ -Achse bei  $x = -1$ .

Skizzieren Sie einen Graphen von  $f$ .

c) Zeigen Sie mit Hilfe der Ableitung: Der Graph von  $f$  mit  $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  geht durch den Punkt  $Y(0 \mid a_0)$  und hat dort die Tangente mit der Gleichung  $y = a_1 x + a_0$ . Prüfen Sie die Aussage am Ergebnis von b).

### Aufgabe 3 (4 Punkte)

a) Beschreiben Sie, wie man den Graphen einer gebrochen-rationalen Funktion der Form

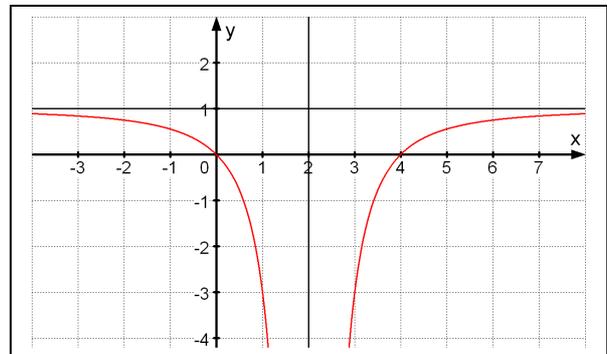
$$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \quad (g \text{ und } h \text{ sind Polynome) \text{ auf}$$

*Nullstellen, Senkrechte Asymptoten, Waagrechte Asymptoten und Schiefe Asymptoten* untersucht.

b) Bestimmen Sie einen Funktionsterm der

$$\text{Form } f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \quad (g \text{ und } h \text{ sind Polynome), \text{ der}$$

mit dem abgebildeten Graphen in den Nullstellen und Asymptoten übereinstimmt.



### Aufgabe 4 (4 Punkte)

Bearbeiten Sie die folgende Aufgabe. Geben Sie bei a) an, wie Sie vorgegangen sind.

Aus Abitur-Nachtermin 2009: Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{x^2+16}{2x+2}$ .

a) Skizzieren Sie ohne Verwendung der Ableitung einen Graphen von  $f$ .

b) Zeigen Sie, dass man den Graph von  $f$  aus dem Graphen von  $g$  mit  $g(x) = \frac{x^2+17}{2x}$  durch eine Verschiebung um eine Einheit nach links und eine Einheit nach unten erhält.

Untersuchen Sie zunächst den Graphen von  $g$  und dann den Graphen von  $f$  auf Symmetrie.