

WS 14/15 - Fachdidaktik I - Übungsblatt 7 vom 8.12.14 – Abgabe 15.12.14

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Beweisen Sie exemplarisch für ganzrationale Funktionen f vom Grad $n = 5$ den Satz:

- Wenn der Funktionsterm von f nur ungerade Hochzahlen von x besitzt, dann ist der Graph von f symmetrisch zum Ursprung.
- Wenn der Graph von f symmetrisch zum Ursprung ist, dann besitzt der Funktionsterm von f nur ungerade Hochzahlen von x . Stellen Sie in b) die Argumente des Beweises prägnant dar.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

a) Wie zeigen Sie am Beispiel der Funktion f mit $f(x) = 6x^3 - 20x^2 - 100x - 200$, dass man das Verhalten für $x \rightarrow +\infty$ und für $x \rightarrow -\infty$ am Grad des Polynoms und am Vorzeichen der höchsten x -Potenz ablesen kann, also letztlich am Summanden $6x^3$.

b) Geben Sie eine ganzrationale Funktion vom Grad 3 mit folgenden Eigenschaften an:

- $f(x) \rightarrow -\infty$ für $x \rightarrow +\infty$ und $f(x) \rightarrow +\infty$ für $x \rightarrow -\infty$.
- Der Graph von f schneidet die x -Achse bei $x = 1$.
- Der Graph von f berührt die x -Achse bei $x = -1$.

Skizzieren Sie einen Graphen von f .

c) Zeigen Sie mit Hilfe der Ableitung: Der Graph von f mit $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ geht durch den Punkt $Y(0 \mid a_0)$ und hat dort die Tangente mit der Gleichung $y = a_1 x + a_0$. Prüfen Sie die Aussage am Ergebnis von b).

Aufgabe 3 (4 Punkte)

a) Beschreiben Sie, wie man den Graphen einer gebrochen-rationalen Funktion der Form

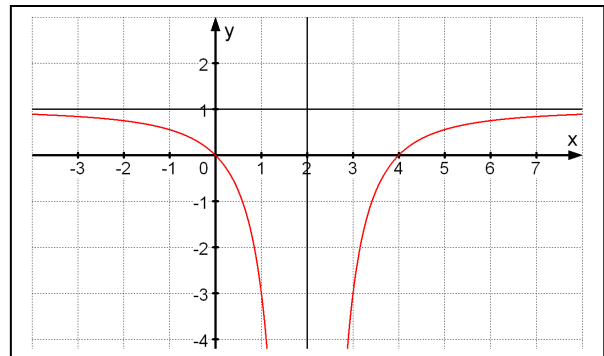
$$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \quad (g \text{ und } h \text{ sind Polynome) \text{ auf}$$

Nullstellen, Senkrechte Asymptoten, Waagrechte Asymptoten und Schiefe Asymptoten untersucht.

b) Bestimmen Sie einen Funktionsterm der

$$\text{Form } f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \quad (g \text{ und } h \text{ sind Polynome), \text{ der}$$

mit dem abgebildeten Graphen in den Nullstellen und Asymptoten übereinstimmt.



Aufgabe 4 (4 Punkte)

Bearbeiten Sie die folgende Aufgabe. Geben Sie bei a) an, wie Sie vorgegangen sind.

Aus Abitur-Nachtermin 2009: Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{x^2+16}{2x+2}$.

a) Skizzieren Sie ohne Verwendung der Ableitung einen Graphen von f .

b) Zeigen Sie, dass man den Graph von f aus dem Graphen von g mit $g(x) = \frac{x^2+17}{2x}$ durch eine Verschiebung um eine Einheit nach links und eine Einheit nach unten erhält.

Untersuchen Sie zunächst den Graphen von g und dann den Graphen von f auf Symmetrie.