WS 14/15 - Fachdidaktik I - Übungsblatt 9 vom 12.01.15 – Abgabe Mo. 19.01.2015

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Ein Körper hat nach der Zeit t den Weg $f(t) = t^2$ zurückgelegt (t in s; f(t) in m).
a) Ist die Schüleraussage zum Differenzenquotienten $\frac{f(5)-f(3)}{5-3}$ im Kontext der Aufgabe sachlich richtig, präzise und nicht missverständlich? Verbessern Sie gegebenenfalls.
1. Im Zeitraum zwischen 3 s und 5 s hat der Körper die Geschwindigkeit 8 $\frac{m}{s}$.
2. In der Zeit zwischen 3 s und 5 s überwindet der Körper die gleiche Strecke, wie er sie in 2 s mit der konstanten Geschwindigkeit 8 $\frac{m}{s}$ zurückgelegt hätte.
b) Beurteilen Sie entsprechend wie in Teilaufgabe a) die Schüleraussage zur Ableitung $f'(3)$:
(1) Der Körper hat die Geschwindigkeit 6 $\frac{m}{s}$. (2) Der Körper kommt von der 3. zur 4. Sekunde 6 m weit.
(3) Der Graph der Geschwindigkeit hat die Steigung 6. (4) Würde sich der Körper so wie im Zeitpunkt 3 s weiterbewegen, dann würde er in den nächsten 2s den Weg 12 m zurücklegen.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
a) Die Funktion $f:x\rightarrow f(x)$ beschreibt die Einkommenssteuer für x (x in €; f(x) in €) zu versteuerndes Einkommen. Was bedeutet $f'(40\,000) = 0{,}3$ in diesem Kontext ?
Veranschaulichen Sie den Sachverhalt in einer Skizze.
b) Die Funktion A mit $A(r)=\pi\cdot r^2$ beschreibt den Inhalt des Kreises mit Radius r. Veranschaulichen Sie den Differenzenquotienten von A im Intervall [r; r+h] und die Ableitung $A'(r)$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Situation im Unterricht: Kurz vor dem Abitur, <u>alle*</u> Ableitungsregeln sind behandelt. Bei der Klausur gab es zur Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \frac{-2}{x^2}$ u.a. die Lösungen I – V.
Welche Lösungen sind falsch? Beschreiben Sie jeweils die Rechen- und Denkfehler möglichst genau.

I. $f'(x) = \frac{-2}{2x^2}$ II. $f(x) = -2\cdot x^{-2}$; $f'(x) = 4\cdot x^{-1}$ III. $f'(x) = -2\cdot x^{-3}$

IV. $f'(x) = \frac{-2\cdot 2x}{x^4} = \frac{-4}{x^3}$ V. $f(x) = -2\cdot x^{-2}$; $f'(x) = 0\cdot x^{-2} + (-2)\cdot x^{-3} = -2\cdot x^{-3}$

(* inclusive Produkt-, Ketten-, Quotientenregel)

Aufgabe 4
a)Formulieren Sie die Summenregel der Ableitung und reihen Sie die Kärtchen zu einem Beweis hintereinander. (So etwa aus einem Arbeitsblatt für Schüler).

Der Differenzenquotient von f wird auf g und h zurückgeführt	$\frac{g(x+h)-g(x)}{h}+\frac{h(x+h)-h(x)}{h}$	***Differenzenquotient von f= g+h an der Stelle x**
$g'(x) + h'(x)$	$\frac{[g(x+h)-g(x)]+[h(x+h)-h(x)]}{h}$	$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$
strebt für $h\rightarrow 0$ gegen	$\frac{g(x+h)+h(x+h)-g(x)-h(x)}{h}$	$\frac{[g(x+h)+h(x+h)]-[g(x)+h(x)]}{h}$

b) Beweisen Sie die Faktorregel: Für $f(x) = k\cdot g(x)$ gilt $f(x)' = k\cdot g'(x)$.