WS 14/15 - Fachdidaktik I - Übungsblatt 2 vom 3.11.14 – Abgabe 10.11.14

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Definition: a | b (a teilt b): Sei a,b$\in N_0$ und a>0: a | b $\Leftrightarrow \exists m \in N_0 : a \cdot m = b$.

a) Beweisen Sie für a,b,c$\in N_0$, a>0:

I. Summenregel 1: Gilt a | b und a | c , dann auch a | b+c.
II. Summenregel 2: Gilt a | b und a teilt nicht c, dann auch a teilt nicht b+c.
III. Produktregel: Gilt a | b, dann auch a | b·c

b) Im Zehnersystem ist eine natürliche Zahl genau dann durch 2 teilbar, wenn die letzte Ziffer der Zahl durch 2 teilbar ist (Endstellenregel für 2).
Formulieren Sie eine Endstellenregel für die Teilbarkeit einer natürlichen Zahl durch 4 und begründen Sie diese Regel mit den in a) genannten Sätzen.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Eine natürliche Zahl n heißt gerade (bzw. ungerade) genau dann, wenn es eine natürliche Zahl k mit n = 2k (bzw. mit n = 2k-1) gibt.
Gegeben ist der Satz „Für jede natürliche Zahl m gilt: Ist $m^2 + 6m + 4$ ungerade, so ist m ungerade“.

a) Formulieren Sie die Kontraposition des Satzes ohne Verwendung des Negationszeichens.
b) Beweisen Sie den Satz mit Kontraposition.
b) Formulieren Sie den Umkehrsatz. Ist der Umkehrsatz wahr ? Beweisen Sie Ihre Aussage.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

a) Zeigen Sie durch Beweis mit Widerspruch: $\sqrt{5}$ ist keine Bruchzahl.
b) Zeigen Sie $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ für alle a,b$\in$ R mit a≥0 und b≥0 durch Beweis mit Widerspruch.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

a) Für die Teilbarkeit durch 3 und 9 gibt es jeweils eine Quersummenregel. Führen Sie die am Beispiel der Zahl 25 014 (aus der Unterrichtspraxis) angefangene Begründung für die Teilbarkeit durch 9 zu Ende und geben Sie an, an welchen Stellen eine der Summenregeln bzw. die Produktregel (siehe Aufgabe 1) verwendet wird.

25 014 = 2·10 000 + 5·1000 + 0·100 + 1·10 + 4
= 2·(9 999+1) + 5·(999+1)+0·(99+1)+ 1·(9+1)+ 4
= 2·9 999 +**2** + 5·999+**5** + 0·99+ **0** + 1·9+ **1** + **4** = ...

Prüfen Sie dabei, ob die Quersummenregel für 9 in beiden Richtungen gilt:

(1) Wenn 9 die Quersumme teilt, dann teilt 9 die Zahl.
(2) Wenn 9 die Zahl teilt, dann teilt 9 die Quersumme.

b) Führen Sie a) entsprechend für die Teilbarkeit durch 3 durch.