

Logik in der Schule

Bildungsplan 2004 (Zitat:)

Begründen

Elementare Regeln und Gesetze der Logik kennen und anwenden

Begründungstypen und Beweismethoden der Mathematik kennen, gezielt auswählen und anwenden

Elementare Regeln und Gesetze der Logik

Lernziel:

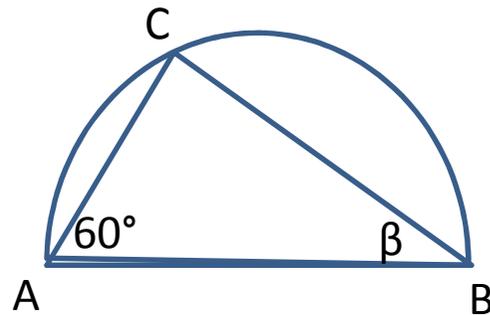
Der Sch. weiß,
dass ein mathematischer (Lehr-)Satz
die Form „Wenn [A], dann [B]“ hat.

A: Voraussetzung B: Behauptung

Die Form “Wenn [A], dann [B]“
erhellt die logische Struktur

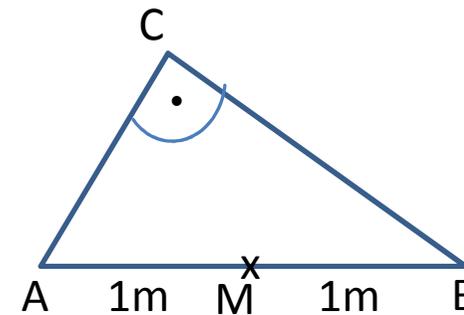
Der Winkel im Halbkreis ist ein Rechter.

Was ist
Voraussetzung ?



Berechne β

Was ist
Behauptung ?



Berechne MC

Die Form “Wenn [A], dann [B]“
erhält die logische Struktur

Der Winkel im Halbkreis ist ein Rechter.

1. Wenn die Ecke C eines Dreiecks auf dem Halbkreis über AB liegt, dann gilt

$\gamma = 90^\circ$. *wahr*

2. Wenn in einem Dreieck $\gamma = 90^\circ$ ist, dann liegt die Ecke C auf dem Halbkreis über AB. *wahr*

„Für alle . . . “ - „Es gibt . . . “

Ist die Aussage wahr?

Wenn $2 \mid n$, dann $4 \mid n$

Schüler: Manchmal, kommt auf die Zahlen an.

1. Für jede nat. Zahl gilt: Wenn $2 \mid n$, dann $4 \mid n$. *Falsch*

2. Es gibt eine nat. Zahl, so dass gilt: Wenn $2 \mid n$, dann $4 \mid n$. *Wahr*

„Für alle . . . “ - „Es gibt . . . “

Lernziel:

Der Sch. kann zwischen „Für alle“-
Aussagen und „Es gibt“-Aussagen
unterscheiden bzw. aus dem Kontext
entnehmen, was gemeint ist

Satz und Umkehrung

Satz: Wenn $x > 0$, dann $x^2 > 0$.

Umkehrung: Wenn $x^2 > 0$, dann $x > 0$.

Satz: Wenn $x = 0$, dann $x^2 = 0$.

Umkehrung: Wenn $x^2 = 0$, dann $x = 0$.

Satz und Umkehrung

Lernziel:

Der Sch. kann zu einem Satz die Umkehrung bilden.

Der Sch. weiß, dass man von der Wahrheit eines Satzes nicht auf die Wahrheit der Umkehrung schließen kann.

Notwendig - Hinreichend

Sei f beliebig oft differenzierbar.

Satz: Wenn f bei a eine Extremstelle hat, dann ist $f'(a) = 0$. *wahr*

Formuliere den Satz mit

notwendig bzw. ***hinreichend***

Notwendig - Hinreichend

Satz: Wenn f bei a eine Extremstelle hat, dann ist $f'(a) = 0$. *wahr*

$f'(a) = 0$ ist eine notwendige Bedingung für eine Extremstelle bei a .

Notwendig - Hinreichend

Satz: Wenn f bei a eine Extremstelle hat, dann ist $f'(a) = 0$. *wahr*

Aber auch:

Eine Extremstelle bei a ist eine hinreichende Bedingung für $f'(a) = 0$.

Notwendig - Hinreichend

Folgerung für den Unterricht:

Die Formulierung eines Satzes mit *notwendig* bzw. *hinreichend* erschwert die Identifizierung von Voraussetzung und Behauptung des Satzes.

Beispiel - Gegenbeispiel

Richtig oder falsch? Beweis?

- a) Es gibt eine Zahl n mit $n^2 = 12n$.
- b) Jedes Viereck ist achsensymmetrisch oder punktsymmetrisch.
- c) Wenn n^2 gerade, dann n gerade.

Beispiel - Gegenbeispiel

Lernziel: Der Sch. soll wissen, dass

- a) die Richtigkeit einer „*es gibt Aussage*“ mit der Angabe eines Beispiels bewiesen ist.

- b) die Falschheit einer „*für alle Aussage*“ mit der Angabe eines Gegenbeispiels bewiesen ist.

Beispiel - Gegenbeispiel

Lernziel: Der Sch. soll wissen, dass

c) es Aussagen gibt, die man nicht durch ein Beispiel bzw. ein Gegenbeispiel beweisen kann

→ Beweismethoden
(nächste Woche)

Nachtrag

Logische Ausbildung

- ist eine Langzeitaufgabe
- muss gelehrt werden
- ist ein Kernanliegen des Mathematikunterrichts am Gymnasium

Nachtrag

- Kann mit ca. 12 Jahren beginnen
z.B. bei Definitionen:

Quadrat: Vier gleichlange Seiten und vier rechte Winkel.

Rechteck: Vier rechte Winkel

Parallelogramm: Gegenseiten sind parallel

Nachtrag

Wahr oder falsch?

- Jedes Quadrat ist ein Rechteck.
- Es gibt kein Parallelogramm, das zugleich ein Rechteck ist.