

# Mathematik I

## für Biologen, Geowissenschaftler und Geoökologen

Übungsblatt 4 (Abgabe am 03.11.2014)

---

### Aufgabe 12

(10 Punkte)

Für den funktionalen Zusammenhang  $y = f(x)$  zwischen zwei Größen  $x$  und  $y$  machen Modell A und Modell B verschiedene Vorhersagen,  $f_A$  und  $f_B$ , auf der Grundlage von zwei Hypothesen  $H_A$  und  $H_B$ . Um zwischen  $H_A$  und  $H_B$  zu entscheiden, führen Sie ein Experiment durch und gewinnen folgende Messwerte für  $x$  und  $y$ :

$x$	1,3	1,7	2,0	2,2	2,4
$y$	0,2518	0,3096	0,3854	0,4083	0,4608
$f_A(x)$	0,2530	0,2918	0,3877	0,4169	0,4625
$f_B(x)$	0,2726	0,3143	0,3806	0,4122	0,4590

Wie Sie sehen, liegt manchmal  $f_A(x)$  näher am wahren Wert  $y$  und manchmal  $f_B(x)$ . Um zu beurteilen, welches Modell insgesamt näher an der Wahrheit liegt, betrachten wir die folgenden Punkte im  $\mathbb{R}^5$ :  $u = (y_1, \dots, y_5)$ ,  $v_A = (f_A(x_1), \dots, f_A(x_5))$ , und  $v_B = (f_B(x_1), \dots, f_B(x_5))$ , wobei  $x_i$  und  $y_i$  die Messwerte in der aufgelisteten Reihenfolge sein sollen. Bestimmen Sie die Abstände  $d(v_A, u)$  und  $d(v_B, u)$  im  $\mathbb{R}^5$ , die wir als Maß für die Abweichung der Vorhersage von der Wirklichkeit verwenden. Welche Vorhersage ist demnach die genauere? Um wieviel Prozent ist die Ungenauigkeit der anderen Vorhersage größer?

### Aufgabe 13

(10 Punkte)

Von einem See wird jährlich am 1. Januar die Fläche bestimmt, mit folgenden Ergebnissen:

Jahr	2010	2011	2012	2013	2014
Fläche (in km <sup>2</sup> )	200	220	198	178	196

Bestimmen Sie: (a) für jedes Jahr die prozentuale Flächenzunahme; (b) das arithmetische Mittel der jährlichen prozentualen Flächenzunahme; (c) die mittlere jährliche prozentuale Flächenzunahme. Erläutern Sie kurz den Unterschied zwischen (b) und (c), und welche Art der Mittelung für (c) verwendet werden muss.

### Aufgabe 14

(10 Punkte)

Julia fährt mit 180 km/h nach München. Auf dem Rückweg (auf der gleichen Strecke) schafft sie nur 90 km/h. Wie hoch war ihre Durchschnittsgeschwindigkeit? Bei 90 km/h liegt der Benzinverbrauch von Julias Auto bei 5 l/100 km, bei 180 km/h sind es 9 l/100 km. Wie groß war ihr Durchschnittsverbrauch?

**Aufgabe 15** MATLAB<sup>2</sup>

(10 Punkte)

Plotten Sie die Gauß-Funktion

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (*)$$

im Intervall  $[-11, 19]$  für  $\mu = 3$  und  $\sigma = 5$  wie in Beispiel 2. Definieren Sie sich hierzu zuerst Variablen `mu` und `sigma`.

HINWEIS: Die Quadratwurzel von `p` berechnet man mit `sqrt(p)`.

Wie erhält man jedoch  $\pi$ ?

**Aufgabe 16** MATLAB

(10 Punkte)

Öffnen Sie einen Text-Editor (klicken dazu z.B. im MATLAB-Fenster auf das Pulldown-Menü `File` und wählen Sie `New` → `Function`). Mit Hilfe des Text-Editors können Sie externe MATLAB-Funktionen und Skripte schreiben und diese im MATLAB-Verzeichnis abspeichern. Schreiben Sie nun eine Funktion `gauss(x,mu,sigma)` analog zu Beispiel 4, welche als Eingaben `x` (Datenvektor!), `mu` (Skalar) und `sigma` (Skalar) erhält und den entsprechenden Funktionswert von (\*) an der Stelle `x` ausgibt. Der Aufruf erfolgt im MATLAB-Command Window durch

» `x = -11:1:19;` Unser bekannter Datenvektor...

» `mu = ... , sigma = ...` definiert Variablen `mu` und `sigma` und weist ihnen Werte zu.

» `fx = gauss(x,mu,sigma)` Aufruf der Funktion `gauss`, deren Ausgabe ein Datenvektor mit Funktionswerten von (1) ist.

» `plot(x,fx)` Zeichnet die `fxi` und `xi` in ein Diagramm

Abzugeben ist hier der Text Ihrer Funktion `gauss.m`.

**Aufgabe 17** MATLAB

(10 Punkte)

Berechnen Sie (analog zu Beispiel 3) die ersten 100 Fibonacci-Zahlen, definiert durch ( $t \in \mathbb{N}$ )

$$F_1 = 1, \quad F_2 = 1, \quad F_t = F_{t-1} + F_{t-2} \quad \forall t \geq 3,$$

und stellen Sie die ersten 10 und die ersten 100 Werte jeweils graphisch dar.

**Aufgabe 18**

(9 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 14.12.14 auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) die *Skills*

- *Arithmetic sequences 2*,
- *Geometric sequences 1* und
- *Geometric sequences 2*.

Je *Skill*, für die Sie am Stichtag den Status *Practiced* oder *Level One* erreicht haben, erhalten Sie 2 Punkte. Für den Status *Level Two* oder *Mastered* schreiben wir 3 Punkte gut.

HINWEISE: Siehe Aufgabe 11 (Blatt 3).

---

<sup>2</sup>Hinweise zu MATLAB: Siehe Zusatzblatt.