

# Mathematik I

## für Biologen, Geowissenschaftler und Geoökologen

Übungsblatt 5 (Abgabe am 10.11.2014)

---

### Aufgabe 19

(10 Punkte)

Bei einer Tierpopulation verhalte sich die Geburtenrate  $g$  (Anzahl Geburten pro Jahr pro Populationsgröße) in Abhängigkeit von der Populationsdichte  $d$  (Anzahl Individuen pro Fläche) gemäß  $g = 0,5 + 0,3d$ , die Sterberate  $s$  gemäß  $s = 0,2 + 0,5d$ . Bestimmen Sie zeichnerisch und rechnerisch: Für welche  $d$  schrumpft die Population, für welche wächst sie, für welche bleibt sie konstant?

### Aufgabe 20

(10 Punkte)

Wenn sich etwa  $10^8$  *E. coli*-Bakterien in der Niere eines Menschen befinden, können sie eine Nierenbeckenentzündung auslösen. Zur Zeit  $t = 0$  seien 50 000 *E. coli*-Bakterien in eine Niere gelangt. Hier vermehren sie sich so schnell, dass sich ihre Anzahl alle 20 Minuten verdoppelt (Absterbe- oder Ausscheidungsprozesse seien bereits eingeschlossen). Sei  $t$  die Zeit (in Stunden gemessen) und  $N(t)$  die Anzahl der Bakterien zur Zeit  $t$ .

- Welchen Wert hat  $\frac{N(t+1)}{N(t)}$ , d.h. um welchen Faktor wächst die Anzahl innerhalb einer Stunde?
- Geben Sie  $N(t)$  als Funktion der Form  $N(t) = C \cdot \alpha^t$  an.
- Können die Bakterien bereits nach 3 Stunden eine Nierenbeckenentzündung auslösen? Wie sieht es nach 4 Stunden aus? Begründen Sie Ihre Antwort!

### Aufgabe 21

(10 Punkte)

In einem See nimmt die Licht-Intensität pro 1m Wassertiefe um 6% ab. Sei  $I(x)$  die Intensität in  $x$  Metern Tiefe.

- Was bedeutet  $I(0)$  in Worten?
- Geben Sie eine Formel für  $I(x)$  an. Diese darf den nicht weiter spezifizierten Wert  $I(0)$  enthalten.
- Zeichnen Sie die Funktion  $\frac{I(x)}{I(0)}$  für  $x \in [0, 12]$  (von Hand oder mit MATLAB).
- In welcher Tiefe sind noch ungefähr 50% der Ausgangsintensität übrig?  
Lesen Sie den gesuchten Wert z.B. aus Ihrem Diagramm aus Teil (b) ab.

### Aufgabe 22

(10 Punkte)

Plotten Sie die Funktionen  $f(x) = x^\alpha$  für  $\alpha = \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 1, \frac{3}{2}, 2, 4$  in dasselbe Diagramm mit  $x \in [0, 1.2]$ . Verwenden Sie dabei für die Funktionen mit  $\alpha < 1$  gestrichelte Linien und für die mit  $\alpha \geq 1$  durchgezogene sowie einen Punktabstand von 0.01.

*Beispiel 5:* Für einen Datenvektor  $x$  zeichnet

```
» plot(x,sin(x),'-')  
» hold on  
» plot(x,cos(x),'--')  
» hold off
```

$\sin x$  und  $\cos x$  in dasselbe Diagramm.

**Aufgabe 23**

(10 Punkte)

Ein Kreis ist die Menge aller Punkte  $(x, y)$  in der Ebene, die von einem gegebenen Punkt  $(u, v)$  den gleichen Abstand  $r$  haben. Die Menge

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9\} \quad (*)$$

beschreibt also eine Kreislinie und

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x + 1)^2 + (y - 2)^2 < 9\}$$

das Innere dieses Kreises.

- a) Was ist der Mittelpunkt des Kreises?
- b) Was ist sein Radius?

HINWEIS: Denken Sie an die Definition des euklidischen Abstands aus Vorlesung 2.

Wenn wir Gleichung  $(*)$  nach  $y$  auflösen, erhalten wir zwei Lösungen. Diese stellen Funktionen  $f_{1,2}(x)$  dar, deren Graphen gemeinsam die Kreislinie bilden.

- c) Was ist der Definitionsbereich der beiden Funktionen?  
HINWEIS: Unter der Wurzel sollten keine negativen Zahlen auftreten.
- d) Zeichnen Sie nun den Kreis  $(*)$  mit MATLAB.  
HINWEIS: Denken Sie an den Befehle `hold on` und `hold off` aus Beispiel 5.
- e) Zeichnen Sie mit MATLAB zwei weitere Kreise in das gleiche Diagramm ein. Alle drei Kreise sollen den gleichen Mittelpunkt aber unterschiedliche Radien haben.

**Aufgabe 24**

(18 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 14.12.14 auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) die *Skills*

- *Using exponent rules to evaluate expressions,*
- *Properties of exponents*
- *Fractional exponents 2,*
- *Simplifying square roots 2,*
- *Adding and subtracting radicals* und
- *Scientific notation.*

Je *Skill*, für die Sie am Stichtag den Status *Practiced* oder *Level One* erreicht haben, erhalten Sie 2 Punkte. Für den Status *Level Two* oder *Mastered* schreiben wir 3 Punkte gut.

HINWEISE: Siehe Aufgabe 11 (Blatt 3).