

# Mathematik I

## für Biologen, Geowissenschaftler und Geoökologen

Übungsblatt 6 (Abgabe am 17.11.14)

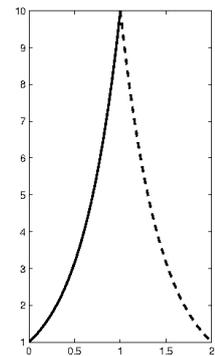
---

### Aufgabe 25

(10 Punkte)

Die durchgezogene Linie im nebenstehenden Diagramm ist der Graph der Funktion  $f(x) = e^{ax}$ .

- Welchen Wert hat der Parameter  $a$ ?
- Geben Sie die Funktion an, deren Graph die gestrichelte Linie ist.
- Fertigen Sie (von Hand) ein Diagramm mit logarithmischer y-Achse an ( $0 \leq x \leq 2$ ;  $0,1 \leq y \leq 100$ ), und tragen Sie dort sowohl das Äquivalent der durchgezogenen als auch das der gestrichelten Linie ein.



### Aufgabe 26 (Radiokarbon-Methode der Altersbestimmung)

(10 Punkte)

Das radioaktive Kohlenstoff-Isotop  $C^{14}$  hat eine Halbwertszeit von 5568 Jahren ("Libby-Halbwertszeit"). Da  $C^{14}$  durch einen Prozess, bei dem kosmische Strahlung auf atmosphärischen Stickstoff einwirkt, ständig produziert wird, ist der Anteil von  $C^{14}$  an allem Kohlenstoff in der Atmosphäre und damit auch in allen Lebewesen konstant und entspricht 15,3 Zerfällen pro Minute pro Gramm Kohlenstoff. Beim Tod endet die Zufuhr von  $C^{14}$ , es zerfällt jetzt nur noch. Daher wird totes Gewebe mit 7,65 Zerfällen pro Minute pro Gramm Kohlenstoff auf ein Alter von 5568 Jahren geschätzt. Bestimmen Sie nach dieser Methode das Alter einer Probe aus 4,7 Gramm Gewebe, die zu 76% aus Kohlenstoff besteht und in der 19,2 Zerfälle pro Minute gemessen werden.

### Aufgabe 27

(10 Punkte)

Fertigen Sie mit MATLAB doppelt-logarithmische Plots<sup>3</sup> der Funktionen aus Aufgabe 22 für  $x \in [10^{-3}, 10^3]$  an. Zeichnen Sie dabei alle Funktionen in das gleiche Diagramm, und verwenden Sie für die Funktionen mit  $\alpha < 1$  gestrichelte Linien und für diejenigen mit  $\alpha > 1$  durchgezogene.

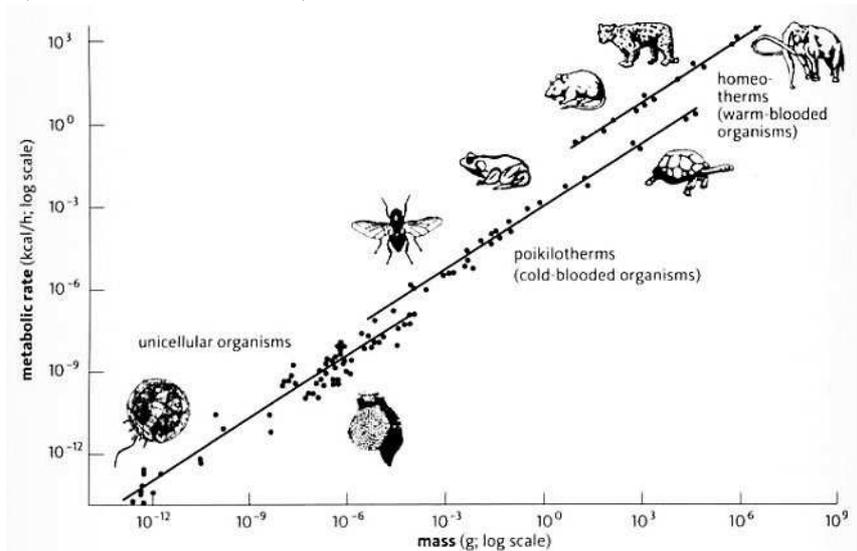
---

<sup>3</sup>Beispiel 6: (Doppelt-logarithmischer Plot)

```
> x = .5:.01:3;  
> y = sqrt(x);  
> loglog(x,y); % erstellt einen doppelt-logarithmischen Plot
```

### Aufgabe 28 (Kleibersches Gesetz)

(10 Punkte)



Im doppelt-logarithmischen Diagramm oben stellt eine Gerade den (idealisierten) Zusammenhang zwischen  $x$  (der Masse) und  $y$  (der Stoffwechselrate) für verschiedene Gruppen von Organismen dar. Bestimmen Sie für

- Warmblüter (*Homoiotherme*),
- Kaltblüter (*Poikilotherme*) und
- Einzeller

jeweils eine Formel der Form  $y = f(x)$ , für die Funktion  $f$ , deren Graph diese Gerade ist. Geben Sie auch an, welche Zahlen(-paare) Sie aus dem Diagramm abgelesen haben, und wie Sie daraus die Parameter in Ihren Funktionen  $f(x)$  bestimmt haben.

### Aufgabe 29

(10 Punkte)

- Ein Schiff rage 28 m aus dem Wasser. Sie stehen auf einem Stein am Ufer des Meeres, so dass sich Ihre Augen in 2,30 m Höhe befinden. Am Horizont erkennen Sie die obere Hälfte des aus dem Wasser ragenden Teils des Schiffes. Wie weit ist das Schiff von Ihnen entfernt?
- Zeigen Sie, dass es zu jedem  $c \geq 0$  und  $\varphi \in \mathbb{R}$  solche Zahlen  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  gibt, dass

$$c \sin(x + \varphi) = \alpha \sin x + \beta \cos x \quad \text{für alle } x \in \mathbb{R},$$

indem Sie geeignete  $\alpha$  und  $\beta$  explizit angeben.

### Aufgabe 30

(12 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 14.12.14 auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) die *Skills*

- *Rewriting and interpreting exponential functions*,
- *Evaluating logarithms 2*,
- *Operations with logarithms* und
- *Graphs of sine and cosine*.

Je *Skill*, für die Sie am Stichtag den Status *Practiced* oder *Level One* erreicht haben, erhalten Sie 2 Punkte. Für den Status *Level Two* oder *Mastered* schreiben wir 3 Punkte gut.

HINWEISE: Siehe Aufgabe 11 (Blatt 3).