Fibonacci - Kaninchen

$F_1 = 1 \cdot N$, $F_2 = 1 \cdot N$, $F_3 = \underline{2}N$

$F_4 = \underline{3}N$, $F_5 = F_4 + F_3 = \underline{5}N$, $F_6 = \underline{8}N$

Faktor N nicht weiter wichtig

Fibonacci - Folge

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...

$$G_t = \alpha\, G_{t-1}$$

$$= \alpha \cdot \alpha \cdot G_{t-2} = \alpha^2\, G_{t-2}$$

$$= \alpha^3 \cdot G_{t-3}$$

$$\vdots$$

$$= \alpha^t\, G_0$$

<u>Bsp</u>: $G_0 = 1$, $\alpha = 2$ $\Rightarrow$ $G_t = \alpha^t \cdot G_0 = 2^t$

t	0	1	2	3	4	5	...
G_t	1	2	4	8	16	32	...

$\cdot 2$ $\quad$ $\cdot 2$ $\quad$ $\cdot 2$

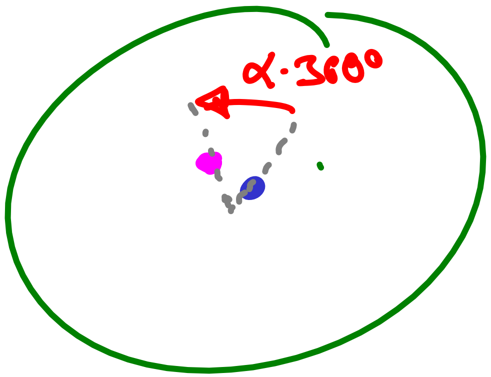
Sparkonto

G_0 Guthaben zu Beginn, $\alpha = 1{,}03$ ← 3% Zinsen

$$G_1 = (1{,}03) \cdot G_0$$

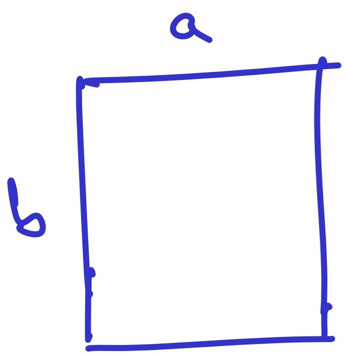
$$G_2 = (1{,}03)^2 \cdot G_0 = 1{,}06\underline{09}\, G_0$$

mehr als 6%, wg. Zinseszins



α irrational

Apropos Goldener Schnitt



$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a+b} = \frac{1}{\frac{a}{b}+1}$$

⇝ quadratische Glg. für $\frac{a}{b}$

$$A_0 = 0, \quad A_t = A_{t-1} + 2 \quad (\beta = 2)$$

$$A_1 = 2, \quad A_2 = 4, \quad A_3 = 6, \quad A_4 = 8, \dots$$

$+2$ $\quad$ $+2$

A_0: Guthaben auf Girokonto z.Zt. $t = 0$

$$\beta = \frac{850€}{\text{Monat}} - \frac{700€}{\text{Monat}} = \frac{150€}{\text{Monat}}$$

$$A_t = A_0 + t \cdot 150 \,€/\text{Monat}$$

$$A_t = A_{t-1} + \beta \cdot 1\,\text{Monat}$$

$\mathbb{R}$ unverschuldbare Zeiteinheit

exp. Wachstum mit veränderlichem α

$$G_t = \alpha_t \cdot G_{t-1}$$

$$= \alpha_t \cdot \alpha_{t-1} G_{t-2}$$

$$= \alpha_t \cdot \alpha_{t-1} \cdots \alpha_1 \cdot G_0$$

$$= \left(\prod_{s=1}^{t} \alpha_s \right) \cdot G_0$$

Produktzeichen

Bsp:

$$\prod_{k=1}^{3}(2k-1) = (2\cdot 1-1)\cdot(2\cdot 2-1)\cdot(2\cdot 3-1)$$
$$= 1\cdot 3\cdot 5 = 15$$

vgl. mit exp. Wachstum mit konstantem Faktor $\bar{\alpha}$

$$G_t = \left(\prod_{s=1}^{t}\alpha_s\right)\cdot G_0 = \bar{\alpha}^{\,t}\cdot G_0$$

$$\Rightarrow \quad \bar{\alpha} = \sqrt[t]{\prod_{s=1}^{t}\alpha_s} = \left(\prod_{s=1}^{t}\alpha_s\right)^{1/t}$$

geom. Mittel von $\alpha_1,\dots,\alpha_t$

geom. Mittel von 5 und 7:

$\sqrt{5 \cdot 7}$ etwas weniger als 6 $\left(= \frac{5+7}{2}\right.$ arithm. Mittel$\left.\right)$

stimmt übrigens immer

$$\sqrt{ab} \longleftrightarrow \frac{a+b}{2}$$

$$0 \leq \left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)^2 = a - 2\sqrt{ab} + b$$

$$\Leftrightarrow \quad 2\sqrt{ab} \leq a + b \Leftrightarrow \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$$

Schiff fährt

- 300 km mit 20 km/h, braucht dafür also

$$\frac{300\text{ km}}{20\text{ km/h}} = 15\text{ h}$$

- 300 km mit 30 km/h, braucht diesmal also

$$\frac{300\text{ km}}{30\text{ km/h}} = 10\text{ h}$$

insgesamt: 600 km in 25 h

$\Rightarrow$ Durchschnittsgeschw.

$$\frac{600\text{ km}}{25\text{ h}} = 24\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

nicht arithm. Mittel von 20 km/h & 30 km/h (denn das wäre 25 km/h)

<u>nicht</u> geom. Mittel von 20 km/h & 30 km/h

$$\sqrt{20\,\frac{km}{h} \cdot 30\,\frac{km}{h}} = 24{,}49\ldots\,\frac{km}{h}$$

harmonisches Mittel (nicht merken, besser wie oben rechnen)

$$\left(\frac{\frac{1}{20\,km/h} + \frac{1}{30\,km/h}}{2}\right)^{-1} = \frac{2}{\frac{1}{20} + \frac{1}{30}}\,km/h$$

$$= \frac{120}{3+2}\,km/h = 24\,km/h$$