Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{pmatrix}$$

$n \times m$

n Zeilen

m Spalten

$n \neq m$ rechteckig

$n = m$ quadratisch

$$A = (a_{ij}) \qquad i = 1, \ldots, n \quad j = 1, \ldots, m$$

Matrix

Matrixelement a_{ij}

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 5 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 5 & 10 & 4 \end{pmatrix}$$

alle 2×3 (gleiche Form)

$$\cancel{\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}}$$

geht nicht!

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

2×3 $\qquad$ 3×4 $\qquad$ Ergebnis 2×4

„Zeile mal Spalte"

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = B$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 6 \\ 5 & 4 & 7 & 15 \end{pmatrix} = AB$$

$$1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 6$$

$$4 \cdot 0 + 5 \cdot (-1) + 6 \cdot 2 = -5 + 12 = 7$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Spiegelung an der Hauptdiagonale für quadrat. Matrizen

$$\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$$

Diese Matrix ist symmetrisch

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \qquad \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \in \mathbb{R}^3 \\ \in \mathcal{M}(3,1) \end{array}$$

$$A \in \mathcal{M}(2,3) \quad 2 \times \underline{3} \qquad\qquad \underline{3} \times 1$$

$$A \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \in \mathbb{R}^2 \\ \in \mathcal{M}(2,1) \end{array}$$

TÜ-RT-Bsp

$$\vec{N}^{(0)} = \begin{pmatrix} 84\,000 \\ 112\,000 \end{pmatrix}$$

Einwohner TÜ

— u — RT

z.Zt. $t=0$

ein Jahr später

$$\vec{N}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0{,}95 \cdot 84000 + 0{,}1 \cdot 112\,000 \\ 0{,}05 \cdot 84000 + 0{,}9 \cdot 112\,000 \end{pmatrix}$$

$$= \underbrace{\begin{pmatrix} 0{,}95 & 0{,}1 \\ 0{,}05 & 0{,}9 \end{pmatrix}}_{W} \cdot \vec{N}^{(0)}$$

Fibonacci-Kaninchen

einmonatige & zweimonatige Kaninchen $\qquad \vec{N}^{(t)} = \begin{pmatrix} N_1^{(t)} \\ N_2^{(t)} \end{pmatrix}$

einmonatige kriegen Junge & werden zweimonatig

zweimonatige — " — & sterben

$$N_1^{(t+1)} = N_1^{(t)} + N_2^{(t)}$$

$$N_2^{(t+1)} = N_1^{(t)}$$

$$\vec{N}^{(t+1)} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{\text{Leslie-Matrix}} \vec{N}^{(t)}$$

erweitertes Modell

5% der einmonatigen K. sterben

30% der zweimonatigen K. werden dreimonatig
& kriegen wieder Junge

$$N_1^{(t+1)} = N_1^{(t)} + N_2^{(t)} + N_3^{(t)}$$

$$N_2^{(t+1)} = 0{,}95\, N_1^{(t)}$$

$$N_3^{(t+1)} = 0{,}3\, N_2^{(t)}$$

$$\vec{N}^{(t+1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0{,}95 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}3 & 0 \end{pmatrix} \vec{N}^{(t)}$$

auf AB-Blatt: $A \neq \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $A \cdot A - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$

$A^{-1} \cdot |$ $\qquad A \cdot A = 0$ $\qquad$ Annahme: es ex. A^{-1} mit

$A^{-1} \cdot A = I$

$$A^{-1}(A \cdot A) = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad (A^{-1} \cdot A) \cdot A = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad I \cdot A = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad A = 0$$

↯ zu $A \neq 0$