

Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 4 (Abgabe am 07.11.2014)

Aufgabe 17

(10 Punkte)

Bestimmen Sie (falls existent) die folgenden Grenzwerte.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} \left(\frac{2n^3 - 2n^2 + 1}{n^2} - 2n \right) \right)$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n + 2n^2} - \sqrt{2n^2 - 1} \right)$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - 2x^4 + x}{3x^4 - 2x}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 2x^4 + x}{3x^4 - 2x}$

e) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x - \pi}{|x - \pi|}$

Aufgabe 18

(10 Punkte)

Zeigen sie mithilfe der Definition des Grenzwertes, dass

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3x) = 4, \quad \text{d.h. finden Sie ein geeignetes } \delta(\varepsilon).$$

Aufgabe 19

(10 Punkte)

Wo sind die folgenden Funktionen stetig, stetig fortsetzbar (und wie?) bzw. unstetig?

a) $f(x) = \frac{4x^3 - 2x^4 + x}{3x^4 - 2x}$

b) $f(x) = \frac{x^2 - x - 12}{x + 3}$

c) $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + x - 2}$

Aufgabe 20

(10 Punkte)

Bestimmen Sie alle Asymptoten der folgenden Funktionen!

a) $f(x) = \frac{4x^3 - 2x^4 + x}{3x^4 - 2x}$

b) $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + x - 2}$

c) $f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{3 - x}$

Aufgabe 21

(10 Punkte)

Berechnen Sie für $n \in \mathbb{N}_0$ (d.h. das Ergebnis soll keine Summenzeichen mehr enthalten):

a) $\sum_{\nu=0}^n \sum_{\mu=\nu}^n \frac{2^\mu}{\mu + 1}$

b) $\sum_{\nu=0}^n \sum_{\mu=\nu}^n \frac{\nu}{\mu(\mu + 1)}$

HINWEIS: Kennzeichnen Sie in der $\mu\nu$ -Ebene jeweils alle Paare (μ, ν) , über die in $\sum_{\nu=0}^n \sum_{\mu=\nu}^n \dots$ bzw. in $\sum_{\mu=0}^n \sum_{\nu=0}^{\mu} \dots$ summiert wird. Was fällt Ihnen auf?

Aufgabe 22

(15 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 14.12.14 auf www.khanacademy.org die *Skills*

- *Two-sided limits from graphs,*
- *One-sided limits from graphs,*
- *Two-sided limits using algebra,*
- *Two-sided limits using advanced algebra* und
- *Limits at infinity where $f(x)$ is unbounded.*

Je *Skill*, für die Sie am Stichtag den Status *Practiced* oder *Level One* erreicht haben, erhalten Sie 2 Punkte. Für den Status *Level Two* oder *Mastered* schreiben wir 3 Punkte gut.

HINWEISE: Siehe Aufgabe 11 (Blatt 2).