

## Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 14 (Abgabe am 30.01.2015)

---

### Aufgabe 74

(10 Punkte)

Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil der folgenden komplexen Zahlen (wobei  $x, y \in \mathbb{R}$ ).

a)  $\frac{40i - 10}{3 + 5i}$

b)  $e^{-3-i\pi/2}$

c)  $(x + iy)^3$

d)  $\sin(x + iy)$

### Aufgabe 75

(10 Zusatzpunkte)

a) Bestimmen Sie alle  $z \in \mathbb{C}$ , für die gilt  $z^5 = -32$ . Markieren Sie diese  $z$  in einer Skizze der komplexen Ebene.

b) Berechnen Sie für  $x \in \mathbb{R}$  (d.h. das Ergebnis soll kein Summenzeichen mehr enthalten):

i)  $\sum_{\nu=0}^n \cos(\nu x)$

ii)  $\sum_{\mu=3}^n \sum_{\nu=\mu}^n \frac{\cos(\nu x)}{\nu - 2}$

### Aufgabe 76

(10 Punkte)

Bestimmen Sie bezüglich des kanonischen Skalarprodukts auf  $\mathbb{C}^4$  eine orthonormierte Basis des Unterraums  $U \subset \mathbb{C}^4$  gegeben durch

$$U := \text{span} \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ i \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right).$$

### Aufgabe 77

(10 Punkte)

Sei  $A \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$  gegeben als

$$A = \begin{pmatrix} 1 - i & i - 1 \\ i + 1 & 1 + i \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie  $\det A$  und  $A^{-1}$ .

### Aufgabe 78

(10 Punkte)

Berechnen Sie

a)  $\int_1^e \frac{7 - x^2 + \sqrt{x}}{x} dx$

b)  $\int_0^\infty \frac{dx}{1 + x^2} := \lim_{y \rightarrow \infty} \int_0^y \frac{dx}{1 + x^2}$

c)  $\frac{d}{dx} \int_1^{\sqrt{x}} e^{-t^2} dt$

d)  $\frac{d}{dx} \int_x^{x^2} e^{-t^2} dt$

HINWEISE: Erinnern Sie sich bei Teil (b) an die Ableitungen der inversen trigonometrischen Funktionen. Denken Sie bei den Teilen (c) & (d) daran, dass  $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$  ist, wobei  $F$  der Gleichung  $F'(t) = f(t)$  genügt – vielleicht ist es ja egal, ob man das  $F$  explizit kennt...

**Aufgabe 79**

(3 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 08.02.15 auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) die *Skill*

- *Functions defined by integrals.*

Je *Skill*, für die Sie am Stichtag den Status *Practiced* oder *Level One* erreicht haben, erhalten Sie 2 Punkte. Für den Status *Level Two* oder *Mastered* schreiben wir 3 Punkte gut.

HINWEIS: Siehe Aufgabe 11 (Blatt 2).