Dr. R. Tumulka
Mathematisches Institut, Universität Tübingen

Wintersemester 2005/6
3.11.2005

Mathematik I für Biologen, Geologen und Geoökologen

Übungsblatt 3

Aufgabe 9. Die Erde ist keine Kugel, sondern (näherungsweise) ein Ellipsoid. Da zwei der drei Radien gleich sind, spricht man von einem *Rotationsellipsoid*. Der Radius in Nord-Süd-Richtung beträgt 6356,8 km, der Radius am Äquator 6378,1 km. (Der Grund für diese *Abplattung* besteht in der Fliehkraft auf Grund der Tagesrotation. Abplattung ist ebenso bei Sonne, Mond, Planeten zu beobachten.) Bestimmen Sie daraus das Volumen der Erde. (3 Punkte)

Aufgabe 10. Von einem See wird jährlich am 1. Januar die Fläche bestimmt, mit folgenden Ergebnissen:

Jahr	1998	1999	2000	2001	2002
Fläche	100	90	81	$89,1$	$98,01$

Bestimmen Sie: (a) für jedes Jahr die prozentuale Flächenzunahme; (b) das arithmetische Mittel der jährlichen prozentualen Flächenzunahme; (c) die mittlere jährliche prozentuale Flächenzunahme. Erläutern Sie kurz den Unterschied zwischen (b) und (c), und welche Art der Mittelung für (c) verwendet werden muss. (5 Punkte)

Aufgabe 11. Für den funktionalen Zusammenhang $y = f(x)$ zwischen zwei Größen x und y machen Prof. A und Prof. B verschiedene Vorhersagen, f_A und f_B, auf der Grundlage von zwei Hypothesen H_A und H_B. Um zwischen H_A und H_B zu entscheiden, führt Prof. C ein Experiment durch und gewinnt folgende Messwerte für x und y:

x	1.3	1.7	2.0	2.2	2.5
y	0.2518	0.3096	0.3854	0.4083	0.4608
$f_A(x)$	0.2530	0.2917	0.3877	0.4169	0.4625
$f_B(x)$	0.2725	0.3143	0.3806	0.4122	0.4590

Wie Sie sehen, liegt manchmal $f_A(x)$ näher am wahren Wert y und manchmal $f_B(x)$. Um zu beurteilen, wer insgesamt näher an der Wahrheit liegt, bilden wir folgende Vektoren in $\mathbb{R}^5$: $u = \big(y_1, \dots y_5\big)$, $v_A = \big(f_A(x_1), \dots, f_A(x_5)\big)$, und $v_B = \big(f_B(x_1), \dots, f_B(x_5)\big)$, wobei x_i und y_i die Messwerte in der aufgelisteten Reihenfolge sein sollen. Bestimmen Sie die Abstände $d(v_A, u)$ und $d(v_B, u)$ im $\mathbb{R}^5$, die wir als Maß für die Abweichung der Vorhersage von der Wirklichkeit verwenden. Welche Vorhersage ist demnach die genauere? Um wieviel Prozent ist die Ungenauigkeit der anderen Vorhersage größer? (5 Punkte)

Aufgabe 12. Beweisen Sie die folgende Ungleichung zwischen dem geometrischen und dem arithmetischen Mittel:

$$\sqrt{\alpha\beta} \le \frac{\alpha + \beta}{2} \quad \text{für alle } \alpha, \beta \ge 0.$$

Benutzen Sie dabei als bekannt, dass $x^2 \ge 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$, dass $\sqrt{x} \le \sqrt{y}$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$ mit $0 \le x \le y$, und dass aus $x \le y$ folgt $x + z \le y + z$ für alle $z \in \mathbb{R}$ sowie $\lambda x \le \lambda y$ für alle $\lambda \ge 0$ (aber $\lambda x \ge \lambda y$ falls $\lambda < 0$). Benutzen Sie außerdem die binomischen Formeln. (7 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, 10.11.2005, zu Beginn der Vorlesung.