
MATHEMATIK I FÜR BIOLOGEN, GEOLOGEN UND GEOÖKOLOGEN

Übungsblatt 5

Aufgabe 17. Befördert man Sand über ein feststehendes Förderband, so entsteht nach dem Abfallen ein kegelförmiger Sandhaufen, ein *Schüttkegel*. Der *Schüttwinkel* oder *Böschungswinkel* ist der Winkel zwischen einem Meridian (Strecke zwischen einem Punkt des Grundkreises und der Spitze) und der Horizontalen und beträgt für Sand 33° , an Vulkankegeln rund 36° . Bestimmen Sie das Volumen eines 5 Meter hohen Sandkegels. (3 Punkte)

Aufgabe 18. Zeigen Sie, dass es zu jedem $c \geq 0$ und $\varphi \in \mathbb{R}$ solche Zahlen $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ gibt, dass

$$c \sin(x + \varphi) = \alpha \sin x + \beta \cos x \quad \text{für alle } x \in \mathbb{R},$$

indem Sie geeignete α und β angeben. Zeigen Sie weiter, dass es zu allen $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ Zahlen $c \geq 0$ und $\varphi \in \mathbb{R}$ gibt, so dass diese Gleichung gilt. (4 Punkte)

Aufgabe 19. Fehlerrechnung zur Radiokarbon-Methode: (a) Bei einer Probe von 4,2 Gramm Kohlenstoff messen Sie 42 ± 3 Zerfälle pro Minute. Um festzustellen, wie sich die Mess-Ungenauigkeit auf die Ungenauigkeit des Altersschätzers auswirkt, bestimmen Sie, wie in Aufgabe 14, einmal den Altersschätzer $A(39)$ für 39 Zerfälle pro Minute und einmal den Altersschätzer $A(45)$ für 45 Zerfälle pro Minute. Beweisen Sie, dass für jede Zerfallsrate Z zwischen 39 und 45 der Altersschätzer $A(Z)$ zwischen $A(39)$ und $A(45)$ liegt. (b) Nehmen Sie nun an, dass Sie auch die Masse m der Probe nicht exakt bestimmen konnten, sondern nur als $4,2 \pm 0,2$ Gramm. Wie lautet nun, bei zwei Fehlerquellen, das Intervall, in dem die Altersschätzer $A(Z, m)$ liegen können (mit Beweis)? (6 Punkte)

Aufgabe 20. Die zwei Kreise im \mathbb{R}^2 mit gegebenen Mittelpunkten $v, V \in \mathbb{R}^2$ und Radien $r, R > 0$ schneiden sich in höchstens zwei Punkten. Gewinnen Sie auf folgende Weise eine Formel für die Koordinaten dieser Punkte: Gehen Sie aus von den Gleichungen, die ausdrücken, dass $u = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$ auf den Kreisen liegt, lösen Sie eine nach u_2 auf und eliminieren Sie dadurch u_2 in der anderen; formen Sie die resultierende Gleichung für u_1 in eine quadratische Gleichung um und bestimmen Sie die Lösungen. Eine Formel für u_2 erhalten Sie am geschicktesten durch Vertauschen der Indices 1 und 2. (7 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, 24.11.2005, zu Beginn der Vorlesung.

Englisch-Vokabeln: n Fakultät = n factorial, plus = plus, minus = minus, mal = times, geteilt durch = divided by, nach x auflösen = solve for x , Gerade = line, stetig (kontinuierlich) = continuous, diskret = discrete, Logarithmus = logarithm.