Dr. R. Tumulka, M. Fromm
Mathematisches Institut, Universität Tübingen

Wintersemester 2005/06
12.1.2005

Mathematik I für Biologen, Geologen und Geoökologen

Computer-Übungsblatt 10

Aufgabe C22. Numerische Integration. Wir berechnen die Riemannschen Ober- und Untersummen für die Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ im Intervall $[0, 2]$. Wir unterteilen dieses Intervall in N gleich große Teilintervalle. Da die Funktion f monoton wächst, nimmt sie immer am linken Rand eines Teilintervalls den kleinsten und am rechten Rand den größten Wert im Teilintervall an. Daher lauten die Ober- und Untersumme:

$$S_O(N) = \sum_{i=1}^{N} f(x_{i,\max})\Delta x_i = \sum_{i=1}^{N} f(\frac{2i}{N})\frac{2}{N}\,,$$

$$S_U(N) = \sum_{i=1}^{N} f(x_{i,\min})\Delta x_i = \sum_{i=1}^{N} f(\frac{2(i-1)}{N})\frac{2}{N}\,.$$

Schreiben Sie Funktionen `so` und `su`, die als Eingabe den Wert N erhalten und $S_O(N)$ und $S_U(N)$ berechnen und zurückgeben; plotten Sie diese Werte für $N = 10, 10^2, 10^3, 10^4$; lesen Sie am Plot den Grenzwert

$$\lim_{N\to\infty} S_O(N) = \lim_{N\to\infty} S_U(N) = \int_0^2 f(x)\,dx$$

ab; überprüfen Sie, dass Sie dasselbe Ergebnis durch Rechnung aus dem Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung erhalten, indem Sie benutzen, dass $F(x) = \frac{2}{3}x^{3/2}$ eine Stammfunktion von f ist. (6 Punkte)

Aufgabe C23. Kontur-Plot

Um in *octave* einen Kontur-Plot einer Funktion f in zwei Variablen (d.h. einen Plot von Höhenlinien $f(x, y) = c$, $c \in \mathbb{R}$) anzufertigen, benutzt man den Befehl `contour(X,Y,f,N)`, wobei `X`, `Y` durch `[X,Y] = meshgrid(x,y)` aus `x,y` hervorgegangen sind und N die Anzahl der unterschiedlichen Höhenlinien ist. Nutzen Sie dies, um für $f(x, y) = xy + x^2 - y^2 + y^4$, $x, y \in \mathbb{R}$ einen Konturplot mit $N = 30$ zu erstellen. Beachten Sie, dass dabei vorher Matrizen `X,Y` auf obige Weise bestimmt werden muessen um $f(x, y)$ zu berechnen (*siehe Aufgabe C5, Übungsblatt 3*). (4 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, 19.1.2005, zu Beginn der Vorlesung. Bitte geben Sie immer auch einen Ausdruck des von Ihnen verfassten Programmcodes ab.