Dr. R. Tumulka, M. Fromm
Mathematisches Institut, Universität Tübingen

Wintersemester 2005/06
15.12.2005

Mathematik I für Biologen, Geologen und Geoökologen

Computer-Übungsblatt 8

Aufgabe C19. Konvergenz

Wir stellen uns die Frage, ob die beiden unendlichen Reihen

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \tag{1}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \tag{2}$$

konvergieren oder divergieren. Als graphischen Anhaltspunkt dafür plotten Sie in je ein Diagramm die Werte der Partialsummen

$$P_N = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{n}$$

$$R_N = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{n^2}$$

in logarithmischen Skalenteilen, nämlich, indem Sie $N = 10^k$ setzen und P_N bzw. R_N als Funktion von k für $k = 0, 1, 2, 3, 4$ plotten. Welche Reihe halten Sie für konvergent, welche für divergent? (5 Punkte)

Aufgabe C20. Fourier-Reihen

Um zu veranschaulichen, wie sich eine stetige periodische Funktion aus harmonischen Schwingungen zusammensetzen lässt, betrachten wir als Beispiel eine Dreiecksschwingung, d.h. die 2π-periodische Funktion $f(x)$ (d.h. $f(x + 2\pi) = f(x)$)

$$f(x) = \begin{cases} x & x \in [0, \frac{\pi}{2}] \\ \pi - x & x \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi] \\ x - 2\pi & x \in [\frac{3}{2}\pi, 2\pi]. \end{cases}$$

(Für alle anderen x erhält man $f(x)$ durch periodische Fortsetzung.) Die zugehörige Fourier-Reihe

$$f(x) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin(nx + \phi_n)$$

hat als Koeffizienten $c_1 = \frac{4}{\pi}, c_3 = \frac{1}{\pi} \cdot 0,4444, c_5 = \frac{1}{\pi} \cdot 0,16, c_7 = \frac{1}{\pi} \cdot 0,0816$ und $c_0 = c_2 = c_4 = c_6 = 0$ sowie $\phi_1 = 0$ und $\phi_i = \pi, i = 3, 5, 7$. Plotten Sie f und die Partialsummen

$$f_N(x) = c_0 + \sum_{n=1}^{N} c_n \sin(nx + \phi_n)$$

für $N = 1, 3, 5, 7$ in ein gemeinsames Diagramm mit $x \in [0, 3\pi]$, mit einer Auflösung von $\pi/200$. Plotten Sie in ein gesondertes Diagramm die Summanden

$$g_n(x) = c_n \sin(nx + \phi_n)$$

für $n = 1, 3, 5, 7$. (5 Punkte)

Beispiel 12: Die Heaviside-Funktion $\theta(x)$ mit

$$\theta(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$$

lässt sich in *octave* implementieren durch

```
function fx = heaviside(x)
k = find(x<0);
fx(k) = 0;
i=find(x>=0);
fx(i)=1;
return;
```

Abgabe: Donnerstag, 22.12.2005, zu Beginn der Vorlesung. Bitte geben Sie immer auch einen Ausdruck des von Ihnen verfassten Programmcodes ab.