Dr. R. Tumulka
Mathematisches Institut, Universität Tübingen

Wintersemester 2005/6
26.1.2006

Mathematik I für Biologen, Geologen und Geoökologen

Probeklausur

Dieses Aufgabenblatt ist vergleichbar mit der Klausur. Sie können diese Aufgaben zu Hause für sich bearbeiten. Ihre Lösung ist aber nicht abzugeben und wird auch nicht korrigiert; Sie können aber Fragen dazu in der Übungsstunde stellen. Die Aufgaben sind auf 90 Minuten ausgelegt.

Zur Klausur am Samstag, 18.2.2006, 10–12 Uhr, seien Sie bitte um 10:00 Uhr da, damit wir um Punkt 10:15 Uhr beginnen können (Ende 11:45 Uhr). Bitte bringen Sie mit: Schreibgerät, Lineal, Taschenrechner (der Logarithmen und Winkelfunktionen berechnen kann), irgendeinen Lichtbildausweis (z.B. Führerschein, Personalausweis), Studentenausweis. Schreibpapier wird gestellt. Nicht erlaubt: grafikfähiger Taschenrechner, Laptop, Formelsammlung, Bücher, Skripte. Statt Formelsammlung dürfen Sie ein (von beiden Seiten) handbeschriebenes DIN A4-Blatt mitbringen, auf dem Sie alle Formeln notieren dürfen, die Sie möchten. Ort der Klausur: je nach Anfangsbuchstaben Ihres Nachnamens: N2 (A–G), N3 (H–L), N4 (M–R), N5 (S–Z). Alle diese Hörsäle befinden sich im Hörsaalgebäude Campus Morgenstelle. Die Klausurergebnisse sind ab Montag, 20.2.2006, nach Matrikelnummer auf der Webseite `http://www.maphy.uni-tuebingen.de/lehre/ws-2005-06/m4b` nachzulesen. Der Schein kann ab Donnerstag, 23.2.2006, vormittags im Sekretariat bei Frau Rümmele, Zimmer 6P25 im C-Gebäude, abgeholt werden.

Aufgabe 1. Da das menschliche Auge aus einzelnen Sehzellen besteht, sieht man tatsächlich alles "gepixelt" mit einer Auflösung (Pixelgröße) von einer halben Bogenminute. Mit welcher Auflösung ($n \times m$ Pixel) sehen Sie eine Tafel, die 1 m hoch und 4 m breit ist, wenn Sie mittig vor ihr im Abstand von 12 m sitzen? (3 Punkte)

Aufgabe 2. Zeichnen Sie ein Diagramm, das die Menge $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_2 > 1\} \cup \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_1 = x_2\}$ in einem cartesischen Koordinatensystem darstellt. (3 Punkte)

Aufgabe 3. Bei einer Tierpopulation verhalte sich die Geburtenrate g (Anzahl Geburten pro Jahr pro Populationsgröße) in Abhängigkeit von der Populationsdichte d (Anzahl Individuen pro Quadratkilometer) gemäß $g = 12 + 3d$, die Sterberate s gemäß $s = 8 + 4d$. Bestimmen Sie zeichnerisch und rechnerisch: Für welche d schrumpft die Population, für welche wächst sie, für welche bleibt sie konstant? (5 Punkte)

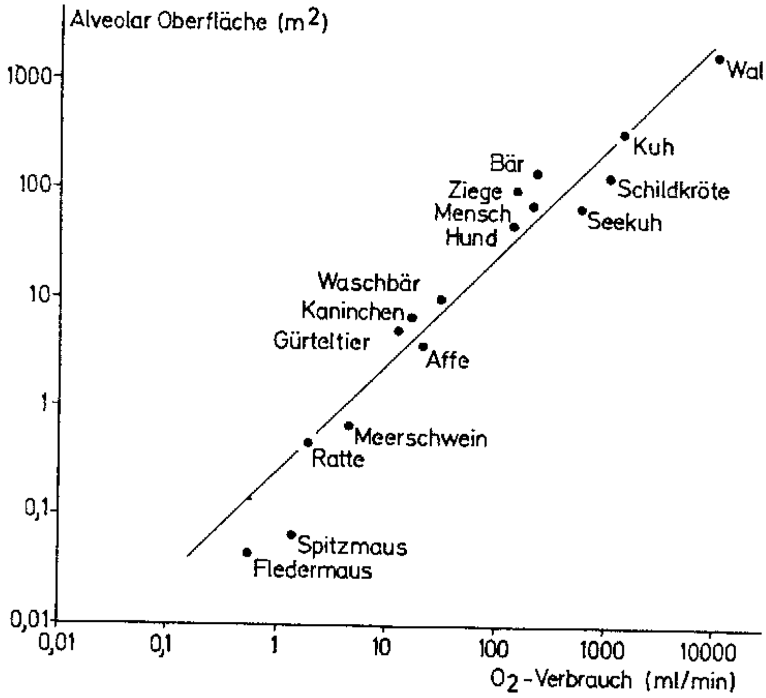
Aufgabe 4. Bestimmen Sie die erste Ableitung der Funktion $f(x) = \dfrac{x^x}{x} = \dfrac{1}{x}\, e^{x \log x}$. (5 Punkte)

Aufgabe 5. Bestimmen Sie $\displaystyle\int_3^\infty \frac{dx}{x^2}$. (4 Punkte)

Aufgabe 6. Berechnen Sie für die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

AB und BA. (5 Punkte) Bitte wenden.



Aufgabe 7. Im doppelt-logarithmischen Diagramm links stellt eine Gerade den (idealisierten) Zusammenhang zwischen x (dem Sauerstoff-Verbrauch) und y (der alveolären Lungenoberfläche, was auch immer das ist) dar. Geben Sie eine Formel der Form $y = f(x)$ an für die Funktion f, deren Graph diese Gerade ist, und eine kurze Begründung für diese Formel. (Zahlenwerte der Konstanten brauchen nur grob richtig zu sein. 4 Punkte)

Aufgabe 8. Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem nach dem Gaußschen Eliminationsverfahren: (6 Punkte)

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 10 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 &= 11 \\ 7x_1 + 8x_2 + 9x_3 &= 12 \end{aligned}$$

Aufgabe 9. Sei U der von

$$a = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

aufgespannte Teilraum des $\mathbb{R}^3$. Weisen Sie nach, dass

$$u = \begin{pmatrix} -2 \\ -8 \\ 1 \end{pmatrix}$$

in U liegt, also sich in der Form

$$u = \alpha a + \beta b$$

schreiben lässt, indem Sie die Koeffizienten α, β bestimmen. (5 Punkte)