Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. Frank Loose

WS 2006/07
08.11.2006
Blatt 04

# Übungen zu „Mathematik für Physiker I“

1. Sei $r \in \mathbf{N}$ sowie $a_0, \ldots, a_r, b_0, \ldots, b_r \in \mathbf{R}$ und $b_r \neq 0$. Zeigen Sie, dass die Folge $(x_n)$, wo
$$x_n = \frac{a_r n^r + \cdots + a_1 n + a_0}{b_r n^r + \cdots + b_1 n + b_0}$$
ist, gegen $\frac{a_r}{b_r}$ konvergiert.

2. Ordnen Sie die folgenden Folgen nach der Grösse ihres Wachstums:
$$(n!!), \quad (n^n!), \quad (n^{n!}), \quad (n!^n)$$

3. Die Folge $(a_n)_{n \in \mathbf{N}}$ sei rekursiv wie folgt definiert: $a_1 = 1$ und $a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + \frac{2}{a_n})$ für $n \geq 1$.
   (a) Bestimmen Sie die ersten vier Folgenglieder.
   (b) Zeigen Sie: Wenn $(a_n)$ konvergiert, so gilt für den Grenzwert $a = \lim_{n\to\infty}(a_n)$: $a > 0$ und $a^2 = 2$.

4. Zeigen Sie: Konvergiert jede Cauchy-Folge, so hat jede Intervallschachtelung einen Kern.

**Abgabe: Mittwoch, 15. November 2006, 10 Uhr**