

Übungen zu „Mathematik für Physiker I“

- Stellen Sie die Dezimalzahlen 13 und 24 im 7-er-System dar und addieren und multiplizieren Sie sie schriftlich.
 - Stellen Sie $\frac{1}{7}$ als Dezimalbruch, als 2-adischen Bruch und als 12-adischen Bruch dar. (Hinweis: Im 12-er-System müssen Sie natürlich für die Dezimalzahlen 10 und 11 zwei neue Ziffern verwenden.)
- Stellen Sie sich vor, Sie seien der Pächter eines Hotels mit abzählbar unendlich vielen (kurz: ω) Betten. Ihre Zimmer seien entsprechend mit 1, 2, 3, usw. durchnummeriert. Nun trifft ein Bus bei Ihnen ein, der ω Gäste bringt, welche Sie natürlich problemlos in Ihrem Hotel unterbringen: Gast 1 in Zimmer 1, Gast 2 in Zimmer 2, usw. Nach einer Weile kommt ein Einzelwanderer und fragt, ob Sie noch ein Zimmer frei haben. Natürlich haben Sie das! Nachdem Sie Gast 1 (des Busses) nach Zimmer 2, Gast 2 nach Zimmer 3 usw. verlegt haben, können Sie nämlich dem Einzelwanderer das Zimmer 1 geben. Was machen Sie in den folgenden Situationen:
 - es kommen endlich viele weitere Wanderer;
 - es kommt ein weiterer Bus mit ω Gästen;
 - es kommt eine Kolonne von ω solchen Bussen;
 - es kommen ω solcher Kolonnen?
- Sei (a_n) eine Folge reeller Zahlen. Zeigen Sie, dass $a \in \mathbf{R}$ genau dann ein Häufungspunkt von (a_n) ist, wenn für alle $\varepsilon > 0$ unendlich viele Folgenglieder im Intervall $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$ liegen.
- Sei $f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{Q}$ eine Abzählung der rationalen Zahlen und $a_n = f(n)$. Zeigen Sie, dass jede reelle Zahl $a \in \mathbf{R}$ Häufungspunkt der Folge (a_n) ist.

Abgabe: Mittwoch, 21/22. November 2006, in den Übungen