Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. Frank Loose

WS 2006/07
20.11.2006
Blatt 06

Übungen zu „Mathematik für Physiker I“

1. Gegeben sei $x_0 \in \mathbf{R}$, $\varepsilon > 0$ und $f\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $x \mapsto x^2$. Geben Sie explizit ein $\delta > 0$ an, so dass aus $0 < |x - x_0| < \delta$ folgt, dass $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$ ist, um die Stetigkeit von f in x_0 zu zeigen.

2. Betrachten Sie die Folgen (x_n) und (y_n) mit

$$x_n = (1 + \frac{1}{n})^n \qquad \text{und} \qquad y_n = (1 + \frac{1}{n})^{n+1}$$

   (a) Zeigen Sie: (x_n) ist streng monoton wachsend, (y_n) ist streng monoton fallend (Hinweis: Zeigen Sie mit Hilfe von Bernoullis Ungleichung, dass $x_{n+1}/x_n > 1$ ist);

   (b) zeigen Sie, dass (x_n) und (y_n) konvergieren und beide denselben Grenzwert haben;

   (c) zeigen Sie, dass dieser Grenzwert die Eulersche Zahl $e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$ ist.

Abgabe: Mittwoch, 29.. November 2006