

Übungen zu „Mathematik für Physiker I“

1. Sei $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ integrierbar. Zeigen Sie: Zu jedem $\varepsilon > 0$ existieren $\varphi, \psi \in \mathcal{T}[a, b]$ mit $\varphi \leq f \leq \psi$, so dass gilt:

$$\int_a^b (\psi - \varphi) dx < \varepsilon.$$

2. Für jede Funktion $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ definiert man *ihren positiven Anteil* $f_+: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ durch

$$f_+(x) := \begin{cases} f(x) & \text{falls } f(x) \geq 0 \text{ ist} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Zeigen Sie: Ist f integrierbar, so auch f_+ . (Hinweis: Benutzen Sie Aufgabe 1.)

3. Betrachten Sie $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x = \frac{1}{n} \text{ für ein } n \in \mathbf{N} \text{ ist} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass f integrierbar ist.

4. Zeigen Sie, dass $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \sqrt{x}$ gleichmäßig stetig ist.

Abgabe: Mittwoch, 13. Dezember 2006