Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. Frank Loose

WS 2006/07
13.12.2006
Blatt 09

Übungen zu „Mathematik für Physiker I“

1. Sei $b > 1$ und $n \in \mathbf{N}$. Berechnen Sie mit einer Riemannschen Summe die folgenden Integrale:
$$\int_1^b x^n \, dx, \quad \int_1^b \sqrt{x} \, dx.$$
(Hinweis: Geometrische Progression $x_k^{(r)} = q_r^k$ $(k = 0, \ldots, r)$ mit $q_r := \sqrt[r]{b}$ und Stützstellen $\xi_k^{(r)} = x_{k-1}^{(r)}$ $(k = 1, \ldots, r)$.)

2. (a) Zeigen Sie, dass $f \colon (0, \infty) \to \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x}$, differenzierbar und $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$ ist, für alle $x \in (0, \infty)$.
   (b) Zeigen Sie, dass $f \colon (0, \infty) \to \mathbf{R}$, $f(x) = \sqrt{x}$, differenzierbar und $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ ist, für alle $x \in (0, \infty)$.

3. Sei $n \in \mathbf{Z}$ negativ und $f \colon (0, \infty) \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^n$ $(= \frac{1}{x^{-n}})$. Zeigen Sie, dass f differenzierbar ist und es gilt (auch hier):
$$f'(x) = nx^{n-1}.$$

4. Zeigen Sie: Ist $f \colon [a, b] \to [0, \infty)$ stetig und ist $\int_a^b f(x)dx = 0$, so ist $f = 0$.

Abgabe: Mittwoch, 20. Dezember 2006