Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. Frank Loose

WS 2006/07
10.01.2007
Blatt 11

Übungen zu „Mathematik für Physiker I“

1. Differenzieren Sie die folgenden Funktionen:

$$\begin{aligned} f\colon (-1,1) \to \mathbf{R}, \quad f(x) &= \sqrt{1-x^2} \\ g\colon (0,\infty) \to \mathbf{R}, \quad g(x) &= (x+\ln(x))^7 \\ h\colon (1,\infty) \to \mathbf{R}, \quad h(x) &= \ln(\ln(x))\ln(x) \end{aligned}$$

2. Bestimmen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

$$\int \frac{dx}{x\ln(x)}, \qquad \int \ln(x)\,dx, \qquad \int \frac{dt}{t^2-1}$$

3. Zeigen Sie, dass für alle $x > 0$ und alle $r \in \mathbf{Q}$ gilt:

$$\ln(x^r) = r\ln(x)$$

4. (a) Es seien $f, g\colon I \to \mathbf{R}$ n-mal differenzierbar ($n \in \mathbf{N}_0$). Beweisen Sie durch vollständige Induktion die Leibnizsche Regel:

$$\frac{d^n(fg)}{dx^n}(x) = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \frac{d^{n-k}f}{dx^{n-k}}(x)\frac{d^k g}{dx^k}(x)$$

   (b) Können Sie auch eine Formel für die n-te Ableitung einer Verkettung $g \circ f$ in Termen der Ableitungen von g und f finden (zumindest für kleine $n \in \mathbf{N}$)?

Abgabe: Mittwoch, 17. Januar 2007