Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. Frank Loose

WS 2006/07
24.01.2007
Blatt 13

Übungen zu „Mathematik für Physiker I“

1. Zeigen Sie: Ist $f\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ eine zweimal differenzierbare Funktion mit $f'' = f$, so existieren $a, b \in \mathbf{R}$, so dass für alle $x \in \mathbf{R}$ gilt:

$$f(x) = a\cosh(x) + b\sinh(x)$$

2. Beweisen Sie die Funktionalgleichungen für cosh und sinh: Für alle $x, y \in \mathbf{R}$ ist:

$$\begin{aligned} \cosh(x+y) &= \cosh(x)\cosh(y) + \sinh(x)\sinh(y) \\ \sinh(x+y) &= \cosh(x)\sinh(y) + \cosh(y)\sinh(x) \end{aligned}$$

3. Sei $H = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \mid x^2 - y^2 = 1,\ x > 0\}$ und $P = (x,y) \in H$ mit $y \geq 0$. Sei $Q = (x,-y)$, $o = (0,0)$ und F der Flächeninhalt der Fläche, die zwischen den Strecken $\overline{oP}$, $\overline{oQ}$ und H eingeschlossen ist. Zeigen Sie, dass dann $x = \cosh(F)$ und $y = \sinh(F)$ ist.

4. Diskutieren Sie das Verhalten der Funktion $f\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $x \mapsto \arctan(e^{x^2})$, d.h.: bestimmen Sie die Nullstellen, die lokalen Extremstellen und das asymptotische Verhalten für $x \to \pm\infty$ und machen Sie eine Skizze des Graphen.

Abgabe: Mittwoch, 31. Januar 2007