

Klausur zu „Mathematik für Physiker I“

Klausur-Nr.:

Name, Vorname:

Geburtsdatum:

Matrikel-Nr.:

1. Bestimmen Sie $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx$ und damit dann den Flächeninhalt der Einheitskreisscheibe $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}$. (4 Punkte)
2. Sei $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ gegeben durch $f(x) = x^x$. Bestimmen Sie (falls vorhanden) die lokalen Extrema von f , ihre Grenzwerte für $x \rightarrow 0$ und $x \rightarrow \infty$ und skizzieren Sie ihren Graphen. (6 Punkte)
3. Man definiert $\tanh(x) := \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$ für jedes $x \in \mathbf{R}$.

(a) Zeigen Sie für alle $x \in \mathbf{R}$, dass

$$\tanh'(x) = 1 - \tanh^2(x)$$

ist und dann, dass $\tanh: \mathbf{R} \rightarrow (-1, 1)$ bijektiv ist. (4 Punkte)

(b) Sei $\operatorname{artanh} := \tanh^{-1}: (-1, 1) \rightarrow \mathbf{R}$. Zeigen Sie, dass artanh differenzierbar ist mit

$$\operatorname{artanh}'(y) = \frac{1}{1-y^2},$$

für alle $y \in (-1, 1)$. (2 Punkte)