

Mathematik I

für Biologen, Geowissenschaftler und Geoökologen

Nachklausur am 9.4.2008

Bitte schreiben Sie nicht mit Bleistift. Bitte beginnen Sie jede Aufgabe auf einer neuen Seite. Zeigen Sie auch stets Ihren Rechenweg. Zusätzliches Papier ist jederzeit verfügbar.

Es sind 38 + 5 Punkte erreichbar, hinreichend zum Bestehen sind 19 Punkte.

Bearbeitungszeit: 90 Minuten. **Viel Erfolg!**

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Bestimmen Sie den Abstand $d(u, v)$ der folgenden zwei Punkte im \mathbb{R}^5 ,

$$u = (1, 1, 1, 1, 1), \quad v = (-2, -1, 0, 1, 2).$$

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Zeichnen Sie ein Diagramm, das die Menge

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x < y\} \cap \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 1\}$$

in einem kartesischen Koordinatensystem darstellt.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Bestimmen Sie die erste Ableitung der Funktion $f(x) = \frac{x^2 \log x}{x}$.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Bestimmen Sie die Schnittpunkte des Kreises $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$ mit der Geraden $y = 2x + 1$.

Aufgabe 5 (4 Punkte)

Berechnen Sie für die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

B^2 , AB , BA und $AB - BA$.

Aufgabe 6 (4 Punkte)

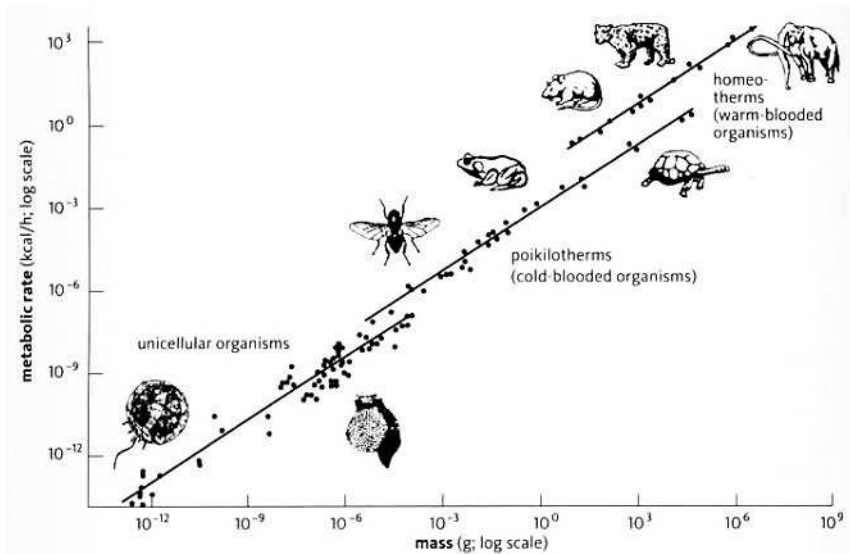
Zeigen Sie, dass $s(t) = c \sin(\omega t)$, $c \in \mathbb{R}$, $\omega > 0$, die Differenzialgleichung für das Federpendel,

$$m \ddot{s}(t) + \gamma s(t) = 0, \quad m, \gamma > 0,$$

erfüllt. Drücken Sie ω durch m und γ aus. Welchen Wert hat $\dot{s}(0)$?

Aufgabe 7

(4 Punkte)



Im doppelt-logarithmischen Diagramm oben stellt eine Gerade den (idealisierten) Zusammenhang zwischen x (der Masse) und y (der Stoffwechselrate) für verschiedene Gruppen von Organismen dar. Für Kaltblüter (*Poikilotherme*) haben Sie die Wertepaare

$$(10^0, 10^{-3}) \quad \text{und} \quad (10^4, 10^0)$$

aus dem Diagramm abgelesen. Bestimmen Sie daraus eine Formel der Form $y = f(x)$ für die Funktion f , deren Graph die entsprechende Gerade ist.

Aufgabe 8

(4 Punkte)

Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem. Geben Sie explizit alle Lösungen an.

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 14 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 &= 20 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 &= 14 \end{aligned}$$

Aufgabe 9

(4 Punkte)

Berechnen Sie $\int_0^\pi (\sin x + \cos x) dx$.

Aufgabe 10

(5 Punkte)

Sie haben in Matlab die Größen x und y wie folgt definiert.

» $x=1:4$

» $y=2:5$

Danach geben Sie die Befehle (a)–(e) ein und erhalten die Ergebnisse (A)–(E).

- | | |
|----------------------|-----------------|
| (a) $x-y$ | (A) 4 6 8 10 |
| (b) $2*y$ | (B) ??? Error |
| (c) $x*y$ | (C) -1 -1 -1 -1 |
| (d) $x.*y$ | (D) 40 |
| (e) $x*transpose(y)$ | (E) 2 6 12 20 |

Ordnen Sie jeweils dem Befehl die Antwort zu, die Matlab geben würde, d.h. geben Sie passende Paare aus Klein- und Großbuchstaben an.

Für jedes richtige Paar erhalten Sie einen Punkt, für jedes falsche Paar wird ein Punkt abgezogen. Sollte sich auf diese Weise eine negative Gesamt-Punktzahl für die Aufgabe ergeben, so wird sie mit Null Punkten gewertet.

Aufgabe 11

(5 Zusatzpunkte)

Diesmal hat SPIEGEL ONLINE ein Quiz zum Jahr der Mathematik veröffentlicht, dem die folgenden 5 Fragen entnommen sind.

- Christine verdient nach einer 25-prozentigen Gehaltserhöhung 2000 Euro im Monat. Wie viel hat sie vorher verdient?
(A) 1500 Euro (B) 1600 Euro (C) 1000 Euro (D) 2500 Euro
- Drei Maurer mauern drei Meter Mauer in drei Stunden. Wie viel Meter mauern neun Maurer in neun Stunden?
(A) 9 (B) 27 (C) 81 (D) 17
- Peter fährt mit 180 km/h nach München, auf dem Rückweg schafft er nur 90 km/h. Wie hoch war seine Durchschnittsgeschwindigkeit insgesamt?
(A) 135 km/h (B) 120 km/h (C) 145 km/h (D) 160 km/h
- Bei der Bürgermeisterwahl erhält Anton im ersten Wahlgang 45 %, Birgit 35 %. Christoph wird mit 20 % Letzter und scheidet aus. Wie viel Prozent von Christophs Wählern müssen im zweiten Wahlgang mindestens Birgit wählen, damit diese die Stichwahl gewinnt?
mehr als (A) 10 % (B) 15 % (C) 50 % (D) 75 %
- Tick isst die Hälfte des Brotes, Trick ein Drittel des Restes, Track ein Viertel des verbleibenden Restes. 200 g sind zum Schluss übrig. Wie groß war das Brot am Anfang?
(A) 800 g (B) 1000 g (C) 1200 g (D) 2400 g

Beantworten Sie die Fragen durch Angabe der passenden Kombination von Klein- und Großbuchstaben.

Für jedes richtige Paar erhalten Sie einen Zusatzpunkt, für jedes falsche Paar wird ein Punkt abgezogen. Sollte sich auf diese Weise eine negative Gesamt-Punktzahl für die Aufgabe ergeben, so wird sie mit Null Punkten gewertet.