Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Dr. Stefan Keppeler

Wintersemester 07/08

Mathematatik I für Biologen, Geowissenschaftler und Geoökologen

Probeklausur

Der Umfang dieses Aufgabenblatts sowie der Schwierigkeitsgrad der Aufgaben ist vergleichbar mit dem, was Sie in der Klausur erwartet (deckt allerdings nur den bis Weihnachten behandelten Stoff ab). Sie können diese Aufgaben zu Hause für sich bearbeiten. Ihre Lösung ist nicht abzugeben und wird auch nicht korrigiert; Sie dürfen aber gerne Fragen dazu in der Übungsstunde stellen. Die Aufgaben sind für 90 Minuten ausgelegt.

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Bestimmen Sie den Abstand $d(u, v)$ der folgenden zwei Punkte im $\mathbb{R}^6$,

$$u = (1, 2, 0, 2, 3, 5)\,, \qquad v = (2, 1, -1, 3, 5, 4)\,.$$

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Zeichnen Sie ein Diagramm, das die Menge $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_2 > 1\} \cup \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_1 = x_2\}$ in einem kartesischen Koordinatensystem darstellt.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Bei einer Tierpopulation verhalte sich die Geburtenrate g (Anzahl Geburten pro Jahr pro Populationsgröße) in Abhängigkeit von der Populationsdichte d (Anzahl Individuen pro Quadratkilometer) gemäß $g = 12 + 3d$, die Sterberate s gemäß $s = 8 + 4d$. Bestimmen Sie zeichnerisch und rechnerisch: Für welche d schrumpft die Population, für welche wächst sie, für welche bleibt sie konstant?

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Bestimmen Sie die erste Ableitung der Funktion $f(x) = \dfrac{x^x}{x} = \dfrac{1}{x}\,e^{x \log x}$.

Aufgabe 5 (4 Punkte)

Bestimmen Sie die Schnittpunkte des Kreises $(x-2)^2 + y^2 = 4$ mit dem Einheitskreis, $x^2 + y^2 = 1$.

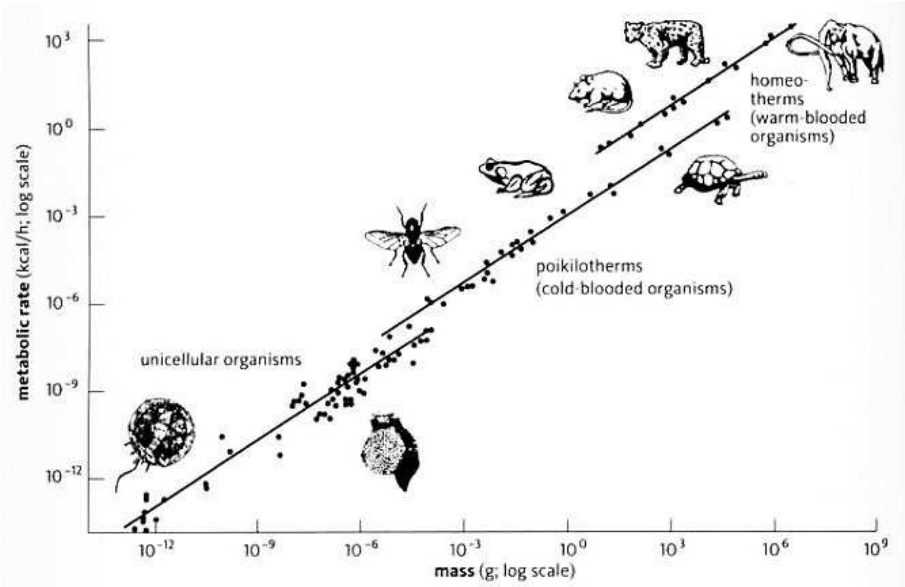
Aufgabe 6 (5 Punkte)

Berechnen Sie für die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

AB, BA und $A - B$.

Aufgabe 7 (Kleibersches Gesetz) (5 Punkte)



Im doppelt-logarithmischen Diagramm oben stellt eine Gerade den (idealisierten) Zusammenhang zwischen x (der Masse) und y (der Stoffwechselrate) für verschiedene Gruppen von Organismen dar. Geben Sie für Kaltblüter (*Poikilotherme*) eine Formel der Form $y = f(x)$ an für die Funktion f, deren Graph diese Gerade ist. Zahlenwerte der Konstanten müssen nur grob richtig zu sein – erklären Sie aber, wie Sie diese aus dem Diagramm bestimmt haben![1]

Aufgabe 8 (5 Punkte)

Sei U der von

$$a = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

aufgespannte Teilraum des $\mathbb{R}^3$. Weisen Sie nach, dass

$$u = \begin{pmatrix} -2 \\ -8 \\ 1 \end{pmatrix}$$

in U liegt, also sich in der Form

$$u = \alpha a + \beta b$$

schreiben lässt, indem Sie die Koeffizienten α, β bestimmen.

[1] Und zur Übungs vielleicht auch noch für Einzeller und Warmblüter…

Aufgabe 9 (5 Punkte)

Sie haben in Matlab die Größen `x` und `y` wie folgt definiert.

```
» x=1:4
» y=3:6
```

Danach geben Sie die Befehle (a)–(e) ein und erhalten die Ergebnisse (A)–(E).

(a) `y-x`	(A) `50`
(b) `2*x`	(B) `??? Error`
(c) `x*y`	(C) `2 2 2 2`
(d) `x.*y`	(D) `2 4 6 8`
(e) `x*transpose(y)`	(E) `3 8 15 24`

Ordnen Sie jeweils dem Befehl die Antwort zu, die Matlab geben würde, d.h. geben Sie passende Paare aus Klein- und Großbuchstaben an.

Für jedes richtige Paar erhalten Sie einen Punkt, für jedes falsche Paar wir ein Punkt abgezogen. Sollte sich auf diese Weise eine negative Gesamt-Punktzahl für die Aufgabe ergeben, so wird sie mit Null Punkten gewertet.