$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

2×3 $\quad$ 3×2

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Rolle von Zeilen und Spalten vertauscht!

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 4 & 2 & 6 \\ 5 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$ ist <u>symmetrisch</u>

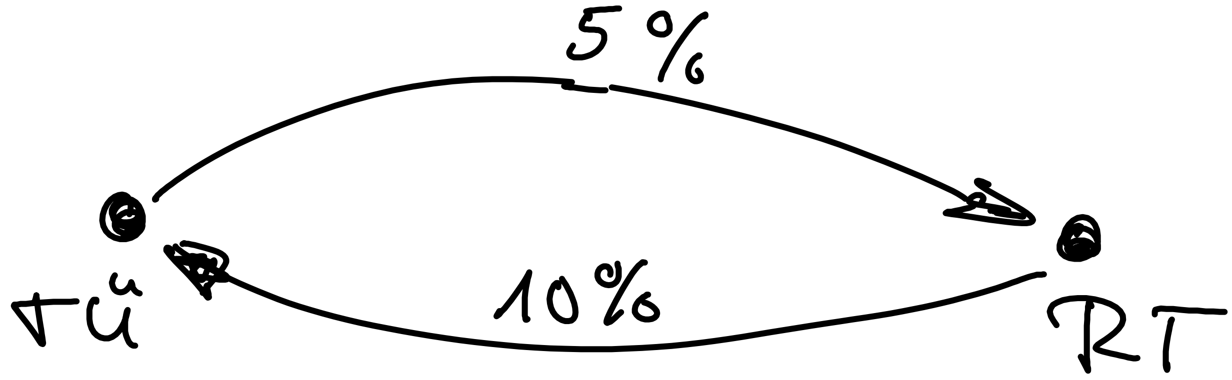
(nur möglich für $n \times n$-Matrizen)

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}}_{3 \times 2} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}}_{2 \times 1} = \underbrace{\begin{pmatrix} 5 \\ 11 \\ 17 \end{pmatrix}}_{3 \times 1} = Bx$$

B = $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, x = $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

2×1 Spaltenvektor $\in \mathbb{R}^2$

3×1 Spaltenvektor $\in \mathbb{R}^3$



$$N^{(0)} = \begin{pmatrix} N_{Tü}^{(0)} \\ N_{RT}^{(0)} \end{pmatrix}$$

$$N_{Tü}^{(1)} = 0{,}95\, N_{Tü}^{(0)} + 0{,}1\, N_{RT}^{(0)}$$

$$N_{RT}^{(1)} = 0{,}05\, N_{Tü}^{(0)} + 0{,}9\, N_{RT}^{(0)}$$

$$N^{(1)} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0{,}95 & 0{,}1 \\ 0{,}05 & 0{,}9 \end{pmatrix}}_{W} N^{(0)}$$

Übergangsmatrix

Spaltensumme in W ist jeweils 1

Markow-Prozess

einjährige und zweijährige Hasen $\begin{pmatrix} N_1^{(t)} \\ N_2^{(t)} \end{pmatrix} = N^{(t)}$

einjährige Hasen kriegen Junge (+ werden 2-jährig)

zweijährige Hasen kriegen Junge (und sterben)

$$N_1^{(t+1)} = N_1^{(t)} + N_2^{(t)}$$

$$N_2^{(t+1)} = N_1^{(t)}$$

Bem: $N_2^{(t)} = N_1^{(t-1)}$

$$N^{(t+1)} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{\text{Leslie Matrix für Fibonacci-Modell}} N^{(t)}$$

erweitere Modell

10 % der 2-jährigen Hasen werden 3 Jahre alt

$$\rightarrow \quad N^{(t)} = \begin{pmatrix} N_1^{(t)} \\ N_2^{(t)} \\ N_3^{(t)} \end{pmatrix}$$

5 % der Hasen sterben im 1. Jahr

$$N_1^{(t+1)} = N_1^{(t)} + N_2^{(t)} + N_3^{(t)}$$

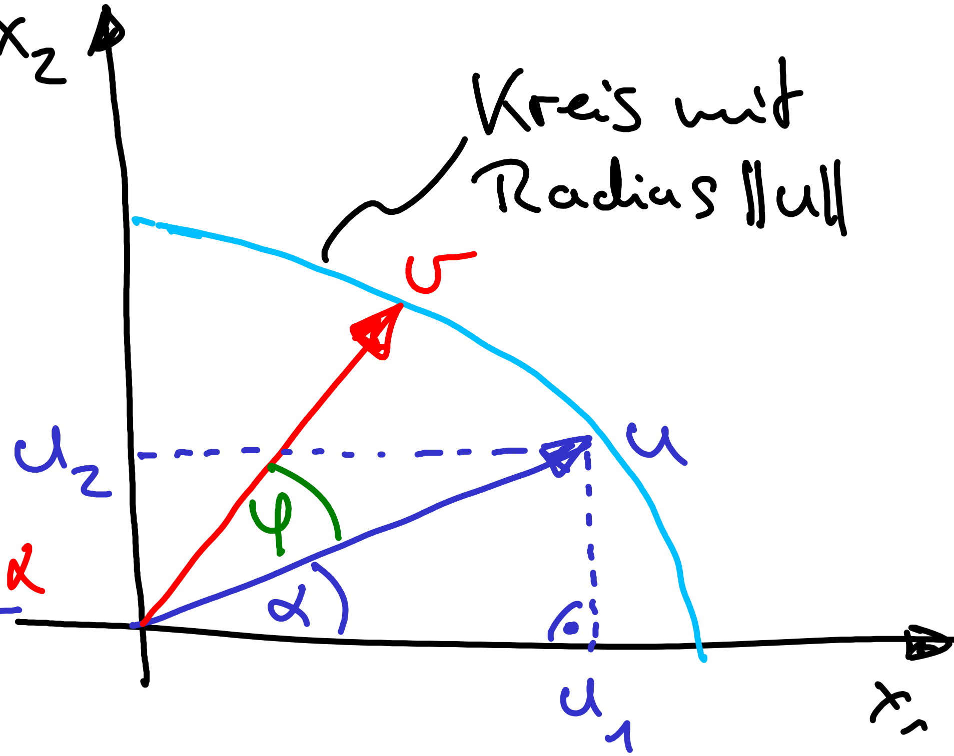
$$N_2^{(t+1)} = 0{,}95\, N_1^{(t)}$$

$$N_3^{(t+1)} = 0{,}1\, N_2^{(t)}$$

$$N^{(t+1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0{,}95 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}1 & 0 \end{pmatrix} N^{(t)}$$

$$u_1 = \|u\| \cos\alpha$$

$$u_2 = \|u\| \sin\alpha$$



$$v_1 = \|u\| \cos(\varphi+\alpha)$$

$$= \underline{\|u\|} \cos\varphi \, \underline{\cos\alpha} - \underline{\|u\|} \sin\varphi \, \underline{\sin\alpha}$$

$$= \cos\varphi \cdot u_1 - \sin\varphi \cdot u_2$$

$$v_2 = \|u\| \sin(\varphi+\alpha)$$

$$= \underline{\|u\|} \sin\varphi \, \underline{\cos\alpha} + \underline{\|u\|} \cos\varphi \, \underline{\sin\alpha}$$

$$= \sin\varphi \cdot u_1 + \cos\varphi \cdot u_2$$

$$v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \overbrace{\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}}^{=u}$$

$$BA = I = AB \qquad \text{(i)}$$

$$CA = I = AC \qquad \text{(ii)}$$

$$\underline{C} = CI \underset{\text{(i)}}{=} C(AB) = (CA)B$$

$$\underset{\text{(ii)}}{=} IB = \underline{\underline{B}}$$

$$A^2 = 0 \quad , \quad A \neq 0$$

Annahme: A hat Inverse, $A^{-1}A = I$

$A^2 = 0$ von links mit A^{-1}

$$\Rightarrow A^{-1}A^2 = 0 \Rightarrow A^{-1}(AA) = 0$$

$$\Rightarrow (A^{-1}A)A = 0 \Rightarrow IA = 0 \Rightarrow A = 0 \quad ↯$$