

Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 2 (Abgabe am 26.10.2007)

Aufgabe 7

(10 Punkte)

Zeigen Sie (mit vollständiger Induktion)!

$$\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Aufgabe 8

(10 Punkte)

Zeigen Sie (mit vollständiger Induktion):

- Die Summe der ersten n positiven geraden Zahlen ist gleich $n(n+1)$.
- Die Summe der ersten n positiven ungeraden Zahlen ist gleich n^2 .

HINWEISE:

Formulieren Sie die Aussagen zunächst mit der Summenschreibweise.

Für $n \in \mathbb{Z}$ ist $2n$ gerade und $2n+1$ ungerade.

Aufgabe 9

(10 Punkte)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

Wird ein Kreis durch n Sekanten in Teilgebiete zerlegt, so läßt er sich mit 2 Farben so einfärben, daß benachbarte Gebiete verschiedene Farben haben.

HINWEIS: "Benachbart" bedeutet hier, daß die Gebiete entlang einer Strecke aneinanderstoßen (also nicht nur in einem Punkt).

Aufgabe 10

(10 Punkte)

Sei $a_1 = 1$ sowie

$$a_{n+1} = 2a_n + 1 \quad \text{für } n \geq 1.$$

Zeigen Sie (mit vollständiger Induktion):

$$a_n = 2^n - 1$$

Aufgabe 11

(10 Punkte)

Berechnen Sie für $x \in \mathbb{R}$:

a) $\sum_{k=0}^n x^{k+n}$

b) $\sum_{k=3}^n x^k$