

Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 9 (Abgabe am 14.12.2007)

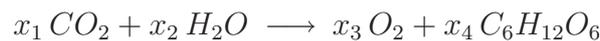
Aufgabe 42 (10 Punkte)

Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden linearen Gleichungssysteme:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & x_1 + x_2 + x_3 = -1 & \text{b)} \quad 7x_1 + 2x_2 + 8x_3 = 0 & \text{c)} \quad 7x_1 + 2x_2 + 8x_3 = 17 \\ & x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 & x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 0 & x_1 + 3x_2 - 7x_3 = -3 \\ & x_1 + 4x_2 + 9x_3 = 5 & 3x_1 + 5x_2 - 9x_3 = 0 & 3x_1 + 5x_2 - 9x_3 = -1 \end{array}$$

Aufgabe 43 (10 Punkte)

Formulieren Sie für jede der chemischen Reaktionen



(für beliebiges $n \in \mathbb{N}_0$) ein lineares Gleichungssystem für die Werte x_i bzw. y_j aus der Bedingung, daß auf beiden Seiten des Reaktionspfeils dieselbe Anzahl von H -, C - und O -Atomen stehen. Bestimmen Sie die jeweilige Lösungsmenge und darin die Teilmenge derjenigen Lösungen, bei denen alle x_i bzw. y_j nichtnegative ganze Zahlen sind.

Aufgabe 44 (10 Punkte)

Für welche $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ sind die folgenden Vektoren des \mathbb{R}^3 linear abhängig?

$$\text{a)} \quad \begin{pmatrix} \alpha^2 \\ 1 \\ \beta \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \beta \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \text{b)} \quad \begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \alpha \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ \beta \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 45 (10 Punkte)

Geben Sie für alle Vektorräume aus Aufgabe 40 und für die Lösungsmenge aus Aufgabe 42 b) die Dimension und eine Basis an!

Aufgabe 46 (10 Punkte)

Seien U und V Unterräume des \mathbb{R}^{10} mit $\dim U = 5$ und $\dim V = 7$ und Basen $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_5$ von U und $\vec{b}_1, \dots, \vec{b}_7$ von V . Welche Werte kann

$$\dim \langle \vec{a}_1, \dots, \vec{a}_5, \vec{b}_1, \dots, \vec{b}_7 \rangle$$

annehmen? Geben Sie für jeden Fall explizit ein Beispiel an!