

Übungen zu „Mathematik III für Physiker“

1. Bestimmen Sie, welche der folgenden symmetrischen Matrizen definit oder indefinit sind:

$$(1), \quad \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad (0).$$

2. Zeigen Sie: Eine symmetrische 2×2 -Matrix A ist genau dann definit, wenn $\det A > 0$ ist. Sie ist genau dann indefinit, wenn $\det A < 0$ ist.

3. Untersuchen Sie die folgenden beiden Funktionen $f, g: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ auf lokale Extrema:

$$\begin{aligned} f(x, y) &= (2x^2 + y^2) \exp(-x^2 - y^2), \\ g(x, y) &= x + xy + y^2. \end{aligned}$$

4. Betrachten Sie die Funktion $F: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$, $(x, y) \mapsto y^2 - x^2(x + 1)$.

- (a) Machen Sie eine Skizze der Kurve $C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : F(x, y) = 0\}$;
(b) Um welche Punkte $(x, y) \in C$ kann man die implizite Gleichung $F(x, y) = 0$ nach x auflösen, wo nach y und wo kann man sie nicht lokal nach x oder y auflösen?

Abgabe: Mittwoch, 30. Januar 2008, 9.00 Uhr