

## Klausur zu „Mathematik III für Physiker“

**Klausur-Nr.:**

**Name, Vorname:**

**Geburtsdatum:**

**Matrikel-Nr.:**

1. Berechnen Sie für die folgende symmetrische  $2 \times 2$ -Matrix  $A \in \text{Sym}_2(\mathbf{R})$  eine orthogonale Matrix  $S \in O(2)$ , so dass  $SAS^{-1}$  diagonal ist:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Seien  $m, n \in \mathbf{N}$  sowie  $K \subseteq \mathbf{R}^m$  und  $L \subseteq \mathbf{R}^n$  kompakt. Zeigen Sie, dass dann auch  $K \times L \subseteq \mathbf{R}^{m+n}$  kompakt ist.
3. Bestimmen Sie das Taylor-Polynom der Ordnung 2 der folgenden Funktion  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  im Nullpunkt:

$$f(x, y) = xe^y - ye^x$$

4. Zeigen Sie, dass die folgende Funktion  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  genau ein lokales Minimum hat:

$$f(x, y) = x^2 - 2xy + 2y^2 + 2x - 4y + 2$$