

Nachklausur zu „Mathematik III für Physiker“

Klausur-Nr.:

Name, Vorname:

Geburtsdatum:

Matrikel-Nr.:

1. Sei $E = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x + y + z = 0\} \subseteq \mathbf{R}^3$. Geben Sie eine Orthonormalbasis von E an.
2. Geben Sie für die folgenden Gebiete $G_i \subseteq \mathbf{R}^2$ jeweils eine stetige Funktion $f_i: G_i \rightarrow \mathbf{R}$ an ($i = 1, \dots, 4$), die ihr Supremum nicht annimmt oder begründen Sie, warum es das nicht gibt ($B^2 = \{(x, y) : x^2 + y^2 < 1\}$):

$$G_1 = \mathbf{R}^2, \quad G_2 = B^2, \quad G_3 = \overline{B^2}, \quad G_4 = \overline{B^2} \setminus \{(0, 0)\}$$

3. Bestimmen Sie die lokalen Extrema der folgenden Funktion $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$,

$$f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2 + 1}.$$

Hat f ein globales Maximum?

4. Sei $\mathbf{R}_+ = \{x \in \mathbf{R} : x > 0\}$ und $f: \mathbf{R}_+^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$, $f(x, y) = (x^2 + y^2, x^2 - y^2)$. Zeigen Sie, dass f ein Diffeomorphismus auf sein Bild $D \subseteq \mathbf{R}^2$ ist und bestimmen Sie D .