Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. F. Loose
P. Konstantis

WS 2008/09
24.11.2008
Blatt 07

Übungen zu „Lineare Algebra I“

1. Sei V ein K–Vektorraum, wo K ein Körper ist. Zeigen Sie für $v \in V$ ist $(-1) \cdot v = -v$. Zeigen Sie auch, dass für ein $\lambda \in K$ mit $\lambda v = 0$ bereits $\lambda = 0$ ist oder $v = 0$ gilt.

2. (a) Definieren Sie die Teilmengen $U_1 := \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x + y + z = 0\} \subset \mathbf{R}^3$ und $U_2 := \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : y = x^2 + z^2\} \subseteq \mathbf{R}^3$. Prüfen Sie nach ob es sich um Unterräume des $\mathbf{R}^3$ handelt.
   (b) Geben Sie eine Teilmenge U von $(\mathbf{F}_2)^2$ an, die die 0 enthält, aber kein Unterraum ist.

3. (a) Sei M eine Menge und K ein Körper. Zeigen Sie, dass $\mathrm{Abb}(\mathrm{M}, \mathrm{K})$ mit den Verknüpfungen aus der Vorlesung ein K–Vektorraum ist.
   (b) Sei $\mathbf{R}^{\mathbf{N}} := \mathrm{Abb}(\mathbf{N}, \mathbf{R})$ der Vektorraum der reellen Folgen. Zeigen Sie, dass $c := \{(x_n)_{n\in\mathbf{N}} \in \mathbf{R}^{\mathbf{N}} : (x_n)_{n\in\mathbf{N}} \text{ konvergiert in } \mathbf{R}\} \subseteq \mathbf{R}^{\mathbf{N}}$ ein Unterraum ist.

4. Sei V ein Vektorraum über einem Körper K. Seien weiter U_1, U_2 Untervektorräume von V mit $V = U_1 \cup U_2$. Zeigen Sie, dass dann $U_1 = V$ oder $U_2 = V$ ist.

Abgabe: Montag, 1. Dezember 2008, 11 Uhr